

Correction du Dm2

Exercice 1 (n° 32 page 58)

On dispose de 3 expressions :

$$(x-3)^2 - (2-5x)(x-3), \quad 6x^2 - 23x + 15, \quad (x-3)(6x-5)$$

1. Montrer que ces 3 expressions définissent une même fonction f .

$$\begin{aligned} (x-3)^2 - (2-5x)(x-3) &= (x-3)[(x-3) - (2-5x)] \\ &= (x-3)(x-3-2+5x) \\ &= (x-3)(6x-5) \end{aligned}$$

La première expression et la troisième sont égales.

$$\begin{aligned} (x-3)(6x-5) &= 6x^2 - 5x - 18x + 15 \\ &= 6x^2 - 23x + 15 \end{aligned}$$

Donc les 3 expressions sont égales, elles définissent une même fonction f .

2. Déterminer les images de $\frac{5}{2}$, $-\sqrt{2}$, $\frac{5}{6}$ et 0.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{2}\right) &= 6 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 23 \times \frac{5}{2} + 15 \\ &= 6 \times \frac{25}{4} - \frac{115}{2} + \frac{30}{2} \\ &= \frac{3 \times 25}{2} - \frac{115}{2} + \frac{30}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-\sqrt{2}) &= 6 \times (-\sqrt{2})^2 - 23 \times (-\sqrt{2}) + 15 \\ &= 6 \times 2 + 23\sqrt{2} + 15 \\ &= 27 + 23\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{6}\right) &= \left(\frac{5}{6} - 3\right) \times \left(6 \times \frac{5}{6} - 5\right) \\ &= \left(\frac{5}{6} - 3\right) \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 6 \times 0^2 - 23 \times 0 + 15 \\ &= 15 \end{aligned}$$

3. Utiliser l'expression adéquate de $f(x)$ pour :

- (a) déterminer les antécédents de 15 par f .

On cherche x tel que $f(x) = 15$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 15 \\ 6x^2 - 23x + 15 &= 15 \\ 6x^2 - 23x &= 0 \\ x(6x - 23) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$$\begin{aligned} x = 0 &\quad \text{ou} \quad 6x - 23 = 0 \\ x = 0 &\quad \text{ou} \quad x = \frac{23}{6} \end{aligned}$$

Les antécédents de 15 par f sont 0 et $\frac{23}{6}$.

- (b) résoudre l'équation $f(x) = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (x-3)(6x-5) &= 0 \\ x-3 = 0 &\quad \text{ou} \quad 6x-5 = 0 \\ x = 3 &\quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Les solutions sont 3 et $\frac{5}{6}$.

Exercice 2

On donne l'algorithme suivant :
Variables a, b, c, d, e, f sont des nombres.

Début

Entrer a
 b prend la valeur $3 \times a$
 c prend la valeur $b - 1$
 d prend la valeur $c \times c$
 e prend la valeur $9 \times a \times a$
 f prend la valeur $d - e$
Afficher f

Fin

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre $a = -2$? Avec en entrée $a = -2$, on a successivement $b = -6$, $c = -7$, $d = 49$, $e = 36$, $f = 49 - 36 = 13$.
On obtient en sortie $f = 13$.

2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?
 $f(x) = (3x-1)^2 - 9x^2 = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 = -6x + 1$.
On peut vérifier que $f(-2) = 13$.

3. Pour quelle valeur de a peut-on faire afficher $f = 1$?
 $-6x + 1 = 1$ ssi $x = 0$.
Pour obtenir 1 en sortie, il faut et il suffit de rentrer $a = 0$.