2de. Correction du contrôle de mathématiques n° 2
Sujet 1

Exercice 1 (3 points)

Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$-7 \leqslant x \leqslant 1$	$[-7;1]$
$x > -1$	$]-1;+\infty[$
$x < 0$ ou $x \geqslant 4$	$]-\infty;0[\cup[4;+\infty[$

Exercice 2 (2 points)

Compléter le tableau suivant (aucune justification n'est demandée) :

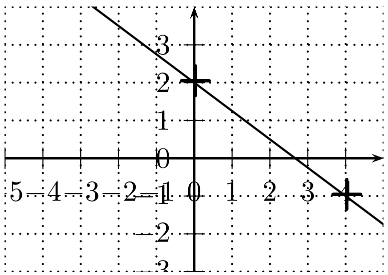
x	x^2	x^3	$\frac{1}{x}$
-6	36	-216	$-\frac{1}{6}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{27}{125}$	$\frac{5}{3}$
$\sqrt{11}$	11	$11\sqrt{11}$	$\frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$

Exercice 3 (3 points)

Soit f la fonction défine sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$.

1. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
   $f(-1) = -\frac{3}{4} \times (-1) + 2 = \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{11}{4}$.
   $f(2) = -\frac{3}{4} \times 2 + 2 = -\frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$.
2. Déterminer l'antécédent de 0 par f.
   $-\frac{3}{4}x + 2 = 0$ ssi $x = -2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3}$.
   $\boxed{\text{L'antécédent de 0 par } f \text{ est } \frac{8}{3}.}$
3. Tracer la représentation graphique de f. Justifier. Comme f est une fonction affine, la représentation graphique est une droite, il suffit donc de déterminer deux points.

x	0	4
$f(x)$	2	-1



Exercice 4 (4 points)

En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a = 1 - 3 \times \frac{4}{5} = \frac{5}{5} - \frac{12}{5} = -\frac{7}{5}$.
2. $b = \frac{12}{35} \div \frac{20}{7} = \frac{12}{35} \times \frac{7}{20} = \frac{4 \times 3 \times 7}{7 \times 5 \times 4 \times 5} = \frac{3}{25}$.
3. $c = -5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 1 = -5 \times \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{9}{9} = \frac{-20+3+9}{9} = -\frac{8}{9}$.

Exercice 5 (3 points)

Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $x^2 > 4$, alors $x > 2$.
   Faux : par exemple pour $x = -3$, on a $(-3)^2 = 9 > 4$, et pourtant $-3 \leqslant 2$.
2. Il existe au moins un réel x non nul tel que $x < \frac{1}{x}$.
   Vrai : par exemple $x = \frac{1}{2}$ convient car $\frac{1}{x} = 2 > \frac{1}{2}$.
3. 5 admet un seul antécédent par la fonction carré qui est $\sqrt{5}$.
   Faux : 5 admet deux antécédents par la fonction carré, ce sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

Exercice 6 (3 points)
Sur l'affiche d'un marchand de bonbons, deux renseignements ont été effacés :

• 20 centimes le bonbon jusqu'à 10 bonbons • 15 centimes le bonbon supplémentaire

L'algorithme suivant est programmé dans la caisse enregistreuse pour indiquer le prix à payer par un client qui achète n bonbons :

Entrer n
Si $n \leqslant 10$ **alors**
    $p \leftarrow 0,2 \times n$
Sinon
    $p \leftarrow 0,2 \times 10 + 0,15 \times (n - 10)$
Fin Si
Afficher p

1. Utiliser l'algorithme pour compléter l'affiche.
2. Compléter le tableau. On justifiera seulement les deux derniers résultats.

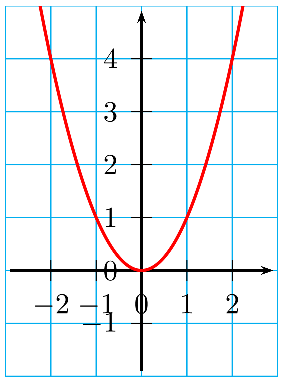
Nombres de bonbons achetés	7	10	18	40
Prix à payer en euros	1,4	2	3,2	6,5

Pour $n = 18$, on achète plus de 10 bonbons, donc le prix est calculé avec la seconde expression.
$p = 0,2 \times 10 + (18 - 10) \times 0,15 = 2 + 8 \times 0,15 = 2 + 1,2 = 3,2$.
Pour le prix de 6,5 euros, on a $p = 6,5$.
$6,5 = 2 + 0,15 \times (n - 10)$, donc $4,5 = 0,15 \times (n - 10)$.
Puis $n - 10 = \dfrac{4,5}{0,15} = 30$, et donc $n = 40$.

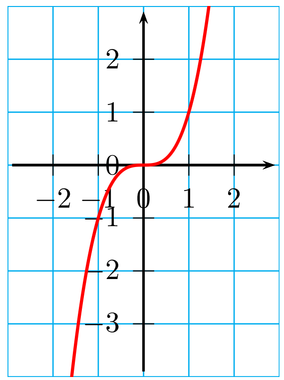
Exercice 7 (bonus, 1 point)
Calculer $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$. En déduire l'inverse de $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.
Par identité remarquable,
$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2 = 3 - 2 = 1$.
$\boxed{\text{Donc } (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ et } (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \text{ sont inverses l'un de l'autre.}}$

Sujet 1

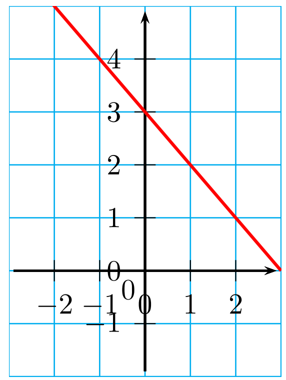
Exercice 0 (2 points)
On a représenté ci-dessous les fonctions inverse, carré, cube, racine carrée, et les fonctions affines définies par $g(x) = x - 1$ et $h(x) = -x + 3$.
Attribuer à chaque courbe représentative l'expression de la fonction représentée.
Aucune justification n'est demandée.



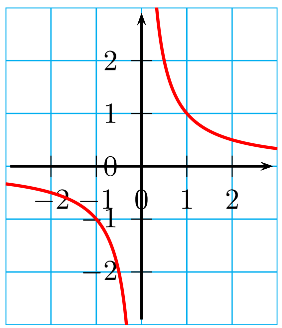
$f(x) = x^2$



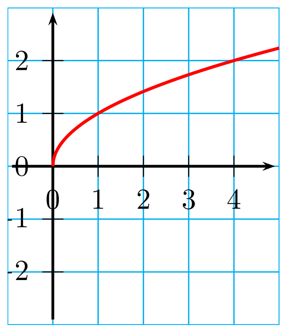
$f(x) = x^2$



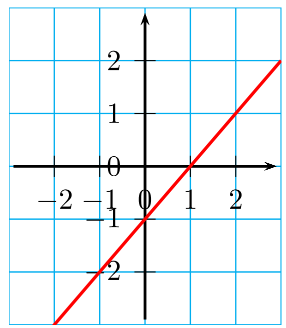
$f(x) = -x + 3$



$f(x) = \dfrac{1}{x}$



$f(x) = \sqrt{x}$



$f(x) = x - 1$

2de. Correction du contrôle de mathématiques n° 2
Sujet 2

Exercice 8 (3 points)
Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$3 < x \leqslant 8$	$]-3;8]$
$x \geqslant -2$	$[-2;+\infty[$
$-1 \leqslant x \leqslant 3$ ou $x > 5$	$[-1;3] \cup]5;+\infty[$

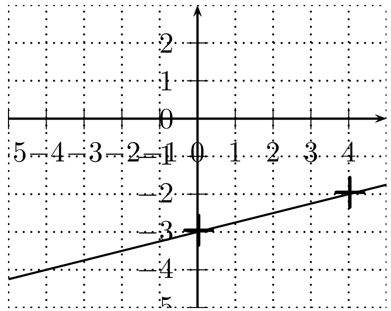
Exercice 9 (2 points)
Compléter le tableau suivant (aucune justification n'est demandée) :

x	x^2	x^3	$\frac{1}{x}$
-4	16	-64	$-\frac{1}{4}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{125}{8}$	$\frac{2}{5}$
$\sqrt{7}$	7	$7\sqrt{7}$	$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

Exercice 10 (3 points)
Soit f la fonction défine sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x - 3$.

1. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
   $f(-1) = \frac{1}{4} \times (-1) - 3 = -\frac{1}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{13}{4}$.
   $f(2) = \frac{1}{4} \times 2 - 3 = \frac{1}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{5}{2}$.
2. Déterminer l'antécédent de 0 par f.
   $f(x) = 0$ ssi $\frac{1}{4}x - 3 = 0$ ssi $\frac{1}{4}x = 3$, soit $x = 3 \times 4 = 12$.
   $\boxed{\text{L'antécédent de 0 par } f \text{ est } 12.}$
3. Tracer la représentation graphique de f. Justifier.
   Comme f est une fonction affine, la représentation graphique est une droite, il suffit donc de déterminer deux points.

x	0	4
$f(x)$	-3	-2



Exercice 11 (4 points)
En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a = \dfrac{3 - \frac{1}{4}}{4} = \left(\frac{12}{4} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{4} = \frac{11}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{11}{16}$.
2. $b = \frac{20}{63} \div \frac{60}{21} = \frac{20}{63} \times \frac{21}{60} = \frac{20 \times 21}{3 \times 21 \times 3 \times 20} = \frac{1}{9}$.
3. $c = -3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} + 1 = -3 \times \frac{25}{4} + \frac{18}{4} + \frac{4}{4} = \frac{-75 + 18 + 4}{4} = -\frac{53}{4}$.

Exercice 12 (3 points)
Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $x < 3$, alors $x^2 < 9$.
   $\boxed{\text{Faux : pour } x = -4, \text{ on a } -4 < 3, \text{ et } (-4)^2 = 16 \geqslant 9.}$
2. Il existe au moins un réel x non nul tel que $x^3 < x^2$.
   Vrai : $x = -2$ convient car $(-2)^3 = -8$ et $(-2)^2 = 4$, donc $(-2)^3 < (-2)^2$.
3. L'équation $x^2 + 3 = 0$ admet deux solutions réelles.
   Faux : $x^2 + 3 = 0$ équivaut à $x^2 = -3$, équation qui n'a pas de solution car un carré est toujours positif.

Exercice 13 (3 points)
Sur l'affiche d'un marchand de bonbons, deux renseignements ont été effacés :

- 20 centimes le bonbon jusqu'à 10 bonbons
- 10 centimes le bonbon supplémentaire

L'algorithme suivant est programmé dans la caisse enregistreuse pour indiquer le prix à payer par un client qui achète n bonbons :

Entrer n
Si $n \leqslant 10$ **alors**
  $p \leftarrow 0,2 \times n$
Sinon
  $p \leftarrow 0,2 \times 10 + 0,1 \times (n - 10)$
Fin Si
Afficher p

1. Utiliser l'algorithme pour compléter l'affiche.
2. Compléter le tableau. On justifiera seulement les deux derniers résultats.

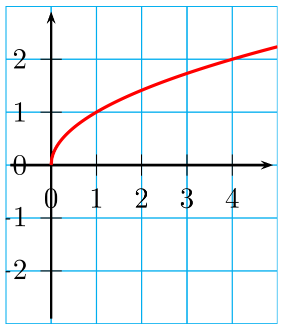
Nombres de bonbons achetés	7	10	18	45
Prix à payer en euros	1,4	2	2,8	5,5

Pour $n = 18$, on achète plus de 10 bonbons, donc le prix est calculé avec la seconde expression.
$p = 0,2 \times 10 + (18 - 10) \times 0,1 = 2 + 8 \times 0,1 = 2 + 0,8 = 2,8$.
Pour le prix de 5,5 euros, on a $p = 5,5$.
$5,5 = 2 + 0,1 \times (n - 10)$, donc $3,5 = 0,1 \times (n - 10)$.
Puis $n - 10 = \dfrac{3,5}{0,1} = 35$, et donc $n = 45$.

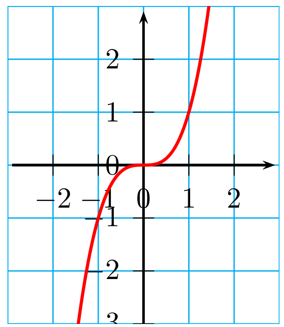
Exercice 14 (bonus, 1 point)
Calculer $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$. En déduire l'inverse de $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.
Voir sujet 1

Sujet 2

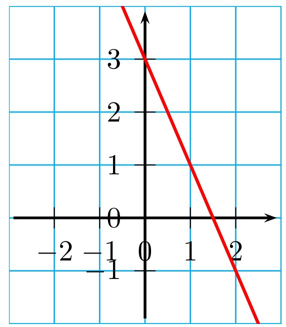
Exercice 1 (2 points)
On a représenté ci-dessous les fonctions inverse, carré, cube, racine carrée, et les fonctions affines définies par $g(x) = x$ et $h(x) = -2x + 3$.
Attribuer à chaque courbe représentative l'expression de la fonction représentée.
Aucune justification n'est demandée.



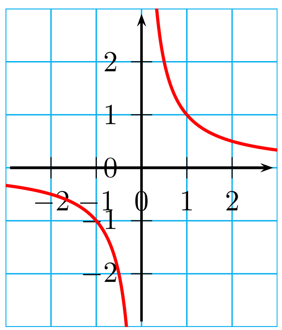
$f(x) = \sqrt{x}$



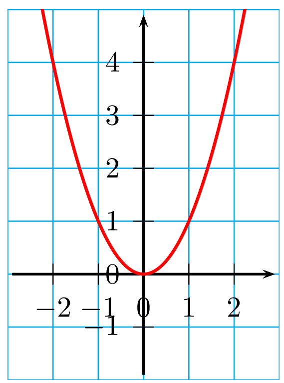
$f(x) = x^3$



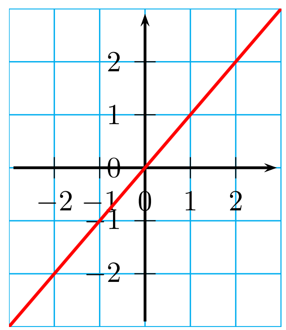
$f(x) = -2x + 3$



$f(x) = \dfrac{1}{x}$



$f(x) = x^2$



$f(x) = x$