NOM : 10/10/2024
Prénom :

1re G . Devoir de mathématiques n° 2

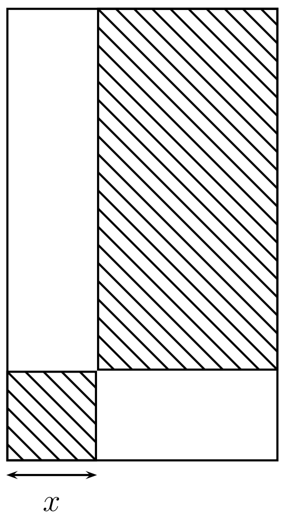
Exercice 1 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.
On appelle $\mathcal{P}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses.
2. Étudier le signe de f sur $\mathbb{R}$. Justifier.
3. Dresser le tableau de variation de f. Justifier.
4. Soit (d) la droite d'équation $y = 2x - 3$.
   Étudier la position relative de la parabole $\mathcal{P}$ et de la droite (d).
   Indication :
   On étudie le signe de $f(x) - (2x - 3)$.

Exercice 2 (5 points)

Une carte de vœux rectangulaire, de dimensions 6 cm et 10 cm, comporte un carré et un rectangle colorés représentés ici par des hachures. Pour des impressions en grandes quantités, on souhaite limiter la quantité d'encre pour la partie colorée.
On note x le côté du carré coloré.



1. Justifier que l'aire colorée est donnée sur $[0;6]$ par
$$f(x) = 2x^2 - 16x + 60.$$
2. Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire colorée ne dépasse pas la moitié de la surface totale.
   On montrera que cela conduit à l'inéquation $x^2 - 8x + 15 \leqslant 0$ sur $[0;6]$.

Exercice 3 (1 point)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $5x^2 + x - 1 = -2x - 2$.

Exercice 4 (5 points)

Les questions sont indépendantes. On détaillera les calculs.

1. Soit (a_n) la suite définie pour tout entier n par $a_n = \left(3 - \frac{1}{2}n\right)^2$. Calculer a_0, a_1 et a_2.
2. Soit (b_n) la suite définie par $b_0 = 5$ et pout tout $n \geqslant 0$, $b_{n+1} = -\frac{2}{3}b_n + 1$. Calculer b_1 et b_2.
3. Soit (c_n) la suite définie par $c_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = c_n - n^2 + 3$. Calculer c_1 et c_2.
4. Soit (d_n) la suite définie par $d_0 = 1$, $d_1 = 1$, et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $d_{n+2} = 3d_{n+1} + d_n$.
   Calculer d_2 et d_3.

Exercice 5 (2 points)

Déterminer tous les réels a tels que l'équation $ax^2 + 13x + 1 = 0$ n'ait pas de solution réelle.

Exercice 6 (Bonus, 2 points)

Déterminer l'expression d'une fonction f polynôme du second degré dont la parabole a pour sommet le point $S(-1;3)$ et passe par le point $A(-5;7)$.