

Nom : **Prénom :** **Classe :**

Les calculatrices sont autorisées. L'échange de calculatrice est interdit.

Portable et montre connectée interdits. Aucun document n'est autorisé.

Le sujet est composé de 6 exercices indépendants.

Le barème est donné à titre indicatif. Le total est sur 40 points.

La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Le sujet devra être rendu avec la copie.



Exercice 1 : (6 points)

1) On considère :

$$A = 2 + 1 \div \left(\frac{1}{4} - 1 \right)$$

a) Écrire le nombre A sous forme d'une fraction irréductible en faisant apparaître le détail des calculs.

b) Préciser la nature du nombre A .

2) On considère :

$$B = \frac{5^9 \times 5^{-2}}{(5^3)^{-4}}$$

Écrire B sous la forme d'une puissance de 5 en faisant apparaître le détail des calculs.

3) Soit $C = 3\sqrt{500} - 5\sqrt{20} - 3\sqrt{5}$.

Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible, en faisant apparaître le détail des calculs.

4) Calculer le nombre suivant, en faisant apparaître le détail des calculs, et écrire le résultat en notation scientifique :

$$D = \frac{16 \times 10^{11} \times 21 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}}$$

5) Factoriser et réduire les expressions suivantes :

$$E = 25x^2 - 4$$

$$F = (x - 2)(2x - 3) + 2(x - 2)(-3x + 4)$$

6) Compléter le tableau ci-dessous avec les inégalités et les intervalles qui conviennent et hachurer sur la droite graduée. (Directement sur cette feuille)

Inégalités	Droite réelle	Intervalle ou réunion d'intervalles
$-5 \leq x < 3$		
$x \leq -4$ ou $x > 1$		

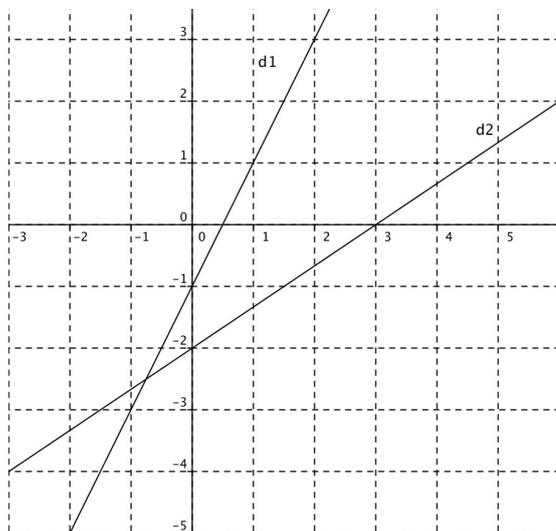
Exercice 2 : (6 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A :

1) Pour chacune des droites tracées ci-dessous, déterminer son ordonnée à l'origine et son coefficient directeur.

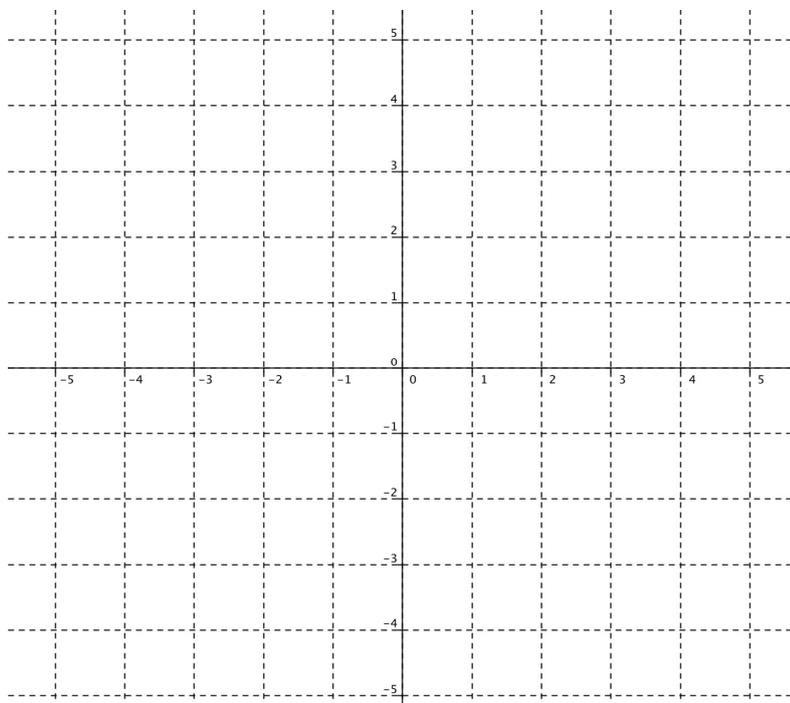
2) En déduire les équations des droites d_1 et d_2 .



Partie B :

On considère les deux fonctions affines définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = 4x - 9$.

1) Représenter graphiquement les deux fonctions sur le repère donné ci-après.



2) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$

3) Résoudre par le calcul l'équation : $-2x + 3 = 4x - 9$. On précisera l'ensemble des solutions S_1 .

4) Résoudre par le calcul l'inéquation : $-2x + 3 \leq 4x - 9$. On précisera l'ensemble des solutions S_2 .

Exercice 3 : (5 points)

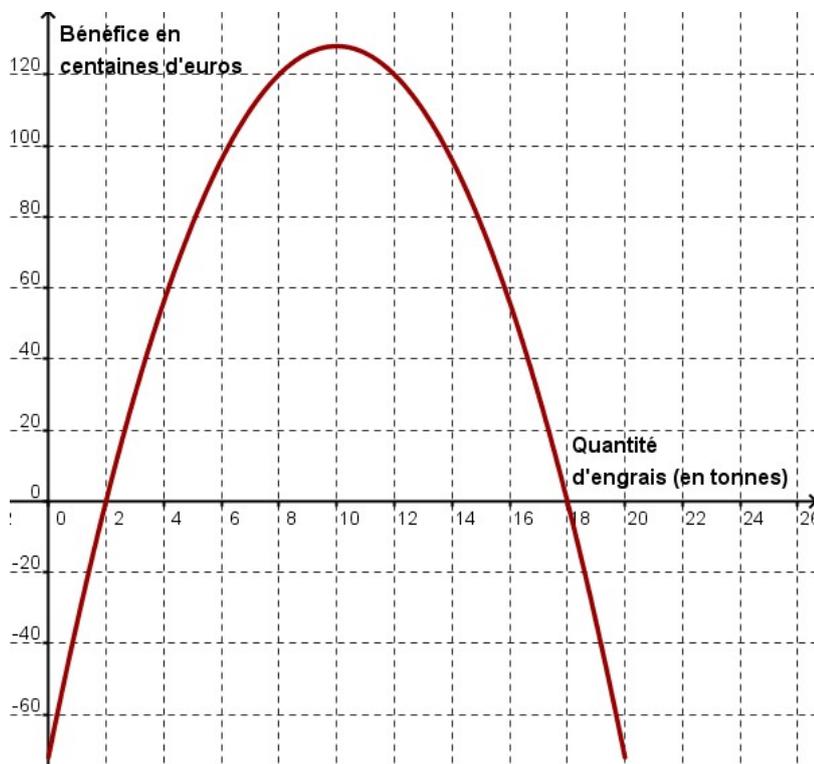
Une entreprise landaise produit un engrais biologique utilisé par les maraîchers.

On note x le nombre de tonnes d'engrais produites et vendues par semaine : $0 \leq x \leq 20$.

On admet que le bénéfice, en centaines d'euros, de l'entreprise est donné par la fonction :

$$B(x) = (-x + 18)(2x - 4), \text{ sur l'intervalle } [0; 20].$$

Le gérant a tracé à l'aide d'un logiciel la courbe représentative de B .



1) À partir de ce graphique, quel bénéfice maximal l'entreprise peut-elle espérer ? Quelle quantité d'engrais doit-elle alors produire ?

2) En utilisant le graphique, déterminer les quantités produites pour lesquelles le bénéfice est positif.

3)a) Établir sur \mathbb{R} le tableau de signes de l'expression $B(x) = (-x + 18)(2x - 4)$.

b) Retrouver alors le résultat de la question 2) en interprétant ce tableau.

Exercice 4 : (8 points)

On considère les points $A(2; 1)$, $B(5; 2)$, $C(4; -1)$ et $D(1; -2)$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous.

1) Placer les quatre points sur la figure.

2)a) Calculer les coordonnées du milieu R de $[AC]$, puis celles du milieu S de $[BD]$.

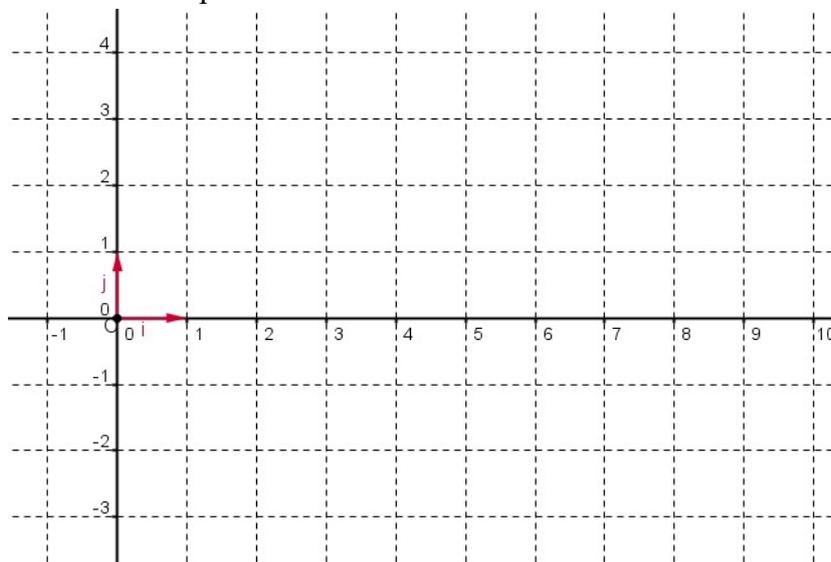
b) Que peut-on déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

Les questions 3) et 4) pourront être traitées de façon indépendante.

3) Démontrer par la méthode de votre choix que $ABCD$ est un losange.

4)a) Construire le point F tel que : $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

b) Calculer les coordonnées du point F .



Exercice 5 : (10 points)

Les parties A, B, C et D pourront être traitées indépendamment.

Partie A : *Voici un programme de calcul*

- Choisir un réel x ;
- Lui soustraire 2 ;
- Élever le résultat au carré ;
- Lui ajouter 28.

- 1) Appliquer ce programme de calcul pour $x = 3$.
- 2) Donner l'expression obtenue en fonction de x .

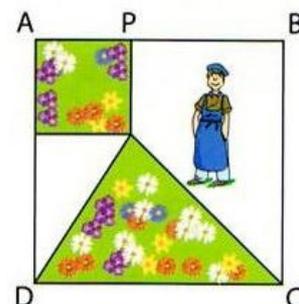
Partie B : *Mise en équation d'un problème*

Une entreprise paysagiste doit créer un espace « jardin et terrasse » sur un terrain ABCD de forme carrée de côté 8 m. Le projet présenté aux clients, modifiable à souhait, est schématisé sur la figure ci-contre.

La partie « jardin » est en gris (carré et triangle ayant un sommet commun).

La terrasse occupe le reste du terrain.

Le point P peut occuper n'importe quelle position sur le segment [AB].



Au cours des échanges entre le client et le paysagiste, diverses questions se sont posées :

- (Q1) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale à la moitié de celle du terrain ?
(Q2) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale au quart de l'aire du terrain ?

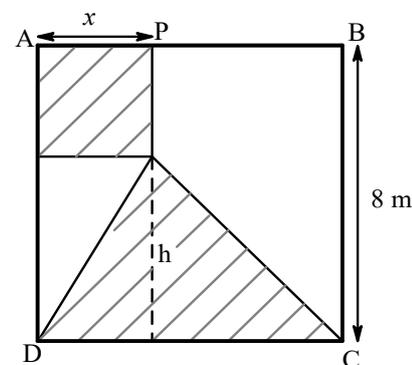
Nous allons y répondre par une approche graphique dans la partie C puis algébrique dans la partie D.

On note x la longueur AP en mètres.

- a) Donner l'aire du terrain ABCD.
- b) Préciser dans quel intervalle, noté I, varie x .
- c) On rappelle que l'aire d'un triangle est donnée par la formule :

$$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}.$$

Montrer que l'aire du jardin, notée $f(x)$ en fonction de x , est égale à $x^2 - 4x + 32$ (en m^2).



On considère dans la suite du problème, la fonction f définie sur I par $f(x) = x^2 - 4x + 32$.

Partie C : *Approche graphique*

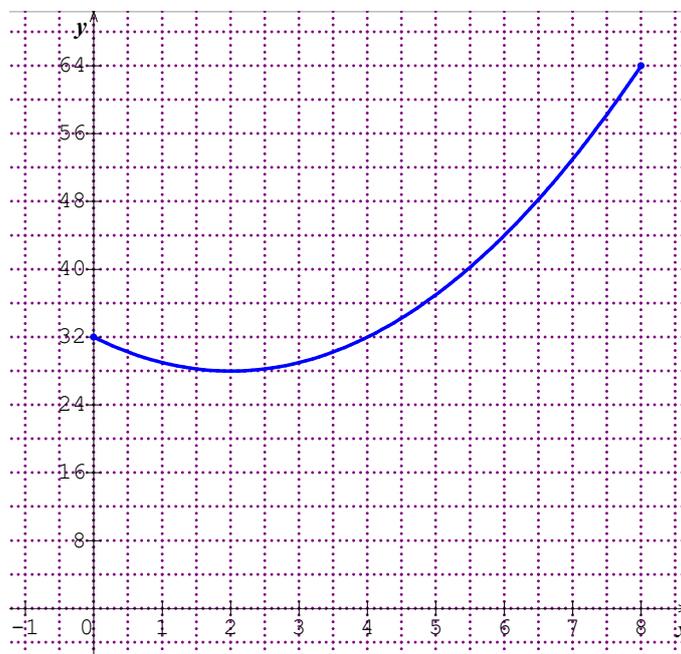
- 1) Calculer l'image de 3 par f en détaillant le calcul.
- 2) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide de votre calculatrice :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7	8
$f(x)$													

Voici la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-contre.

3) a) Déterminer graphiquement les antécédents éventuels de 32.

b) En déduire la réponse à la question (Q1).



Partie D : Approche numérique

1) Vérifier que $f(x) = (x - 2)^2 + 28$.

2) Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x) = 16$.

3) En déduire la réponse à la question (Q2).

Exercice 6 : (5 points)

Dans cet exercice, tous les résultats devront être justifiés et détaillés.

1) Voici quelques données concernant le célèbre club de rugby de l'UBB.

Nombre d'abonnés lors de la saison 2023/2024 : 12 096

Nombre d'abonnés lors de la saison 2024/2025 : 17 328

Nombre de places dans leur stade de rugby : 32 500

- Lorsque le stade est rempli, calculer le pourcentage de places occupées par les abonnés lors de la saison 2024/2025. Arrondir à 0,1% près.
- Calculer la variation absolue du nombre d'abonnés entre les saisons 2023/2024 et 2024/2025.
- Calculer le pourcentage de hausse du nombre d'abonnés entre les saisons 2023/2024 et 2024/2025. Arrondi à 0,1% près.
- En fin de saison 2023/2024, il s'avère que 90% des abonnés ont poursuivi leur abonnement. Parmi ceux-ci, 95% souhaitent prolonger encore d'une saison supplémentaire. Quel pourcentage d'abonnés restera fidèle au club durant deux ans ?

2) Le nombre d'écharpes vendues à l'effigie du club durant l'année a subi une baisse de 5% en 2023, puis une hausse de 10% en 2024. Calculer le pourcentage d'évolution global sur les 2 ans.

3) Lors du match contre le club du Stade Toulousain, le club augmente temporairement les effectifs des agents d'accueil de 25%. Quelle baisse d'effectif va-t-il falloir appliquer pour retrouver l'effectif initial lors de la rencontre suivante ?