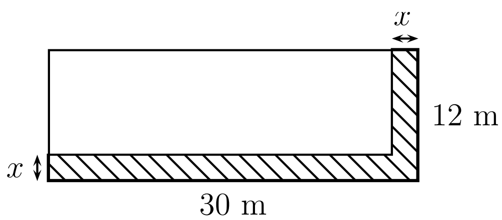
Contrôle de mathématiques n$^{\text{o}}$ 1
Sujet 1

**Exercice 1 (cours, 2 points)**

1. Soient $a$, $b$, $c$ des réels, $a \neq 0$. On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   (a) Rappeler le signe du trinôme $ax^2 + bx + c$ lorsque $b^2 - 4ac < 0$.
   (b) Rappeler les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction $f$.
2. Recopier et compléter :
   Deux nombres réels $x$ et $x'$ ont la même image sur le cercle trigonométrique si et seulement si ...

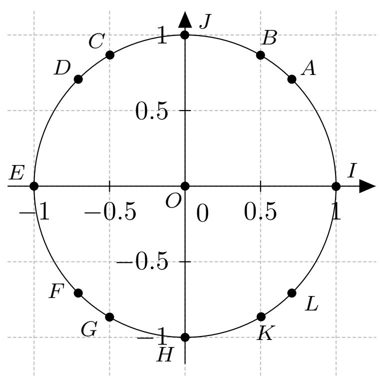
**Exercice 2 (5 points)**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 42x + 80 = 0$.
2. Un terrain rectangulaire a pour longueur 30 m et largeur 12 m. On souhaite aménager un chemin de largeur $x$ (en mètres) le long de deux côtés consécutifs comme le montre la figure ci-dessous (le chemin est la partie hachurée).




   La largeur $x$ du chemin doit être supérieure ou égale à 0,8 m.
   (a) On souhaite que la partie restante du terrain ait une aire supérieure à 280 m$^2$. Montrer que cela se traduit par l'inéquation
   $$x^2 - 42x + 80 \geqslant 0.$$
   (b) Résoudre cette inéquation et en déduire les valeurs possibles de la largeur $x$ du chemin.

**Exercice 3 (1,5 point)**




On répondra sans justification.

1. Donner l'image des réels suivants sur le cercle : $-\dfrac{\pi}{2}$ ; $\dfrac{\pi}{4}$ ; $11\pi$ ; $-\dfrac{5\pi}{4}$.
2. Donner trois nombres réels dont l'image est le point $L$.

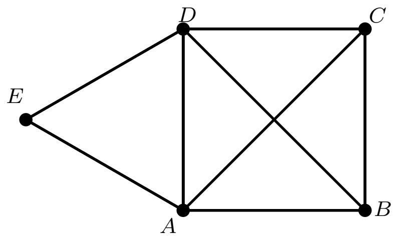
**Exercice 4 (1,5 point)**

Donner la mesure principale des angles orientés suivants. On justifiera les résultats par un calcul.

1. $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = \dfrac{19\pi}{7} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
2. $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = -\dfrac{3\pi}{5} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

3. $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = -\dfrac{13\pi}{4} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

**Exercice 5 (2 points)**
Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré et $ADE$ est un triangle équilatéral.




Donner sans justification la mesure principale des angles suivants :

1. $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$.
2. $(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DA})$.
3. $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$.
4. $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AE})$.

**Exercice 6 (8 points)**
La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants (arrondis au gramme) :

$$300\,;311\,;315\,;308\,;311\,;317\,;308\,;309\,;311\,;312\,;$$
$$309\,;318\,;307\,;308\,;303\,;310\,;314\,;\ 313\,;310\,;319.$$

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs de la série :

| Poids | 300 | ... | 319 |
|---|---|---|---|
| Effectifs | | | |
| Effectifs cumulés croissants | | | |

2. Déterminer la médiane. Justifier.
3. Déterminer les quartiles $Q_1$ et $Q_3$ de la série. Justifier.
4. Construire le diagramme en boîte de la série.
5. Rappeler une formule permettant de calculer la moyenne d'une série statistique, puis, en utilisant la calculatrice, donner la moyenne et l'écart type de la série (aucun détail de calcul n'est demandé).
6. Un lot est accepté si les trois conditions suivantes sont remplies :
   — Le poids moyen $m$ d'une barquette est de 310 g à 1 g près ;
   — l'écart-type $s$ des poids est inférieur à 5 g ;
   — au moins 80 % des poids sont dans l'intervalle $[m - s; m + s]$
   Qu'en est-il pour ce lot ?

**Exercice 7 (bonus - 1,5 points)**
On considère la série statistique formée des valeurs entières suivantes :

$$6, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17$$

En remplaçant une valeur par une autre valeur entière, on souhaite rendre l'écart-type le plus petit possible. Quelle modification faut-il faire ?

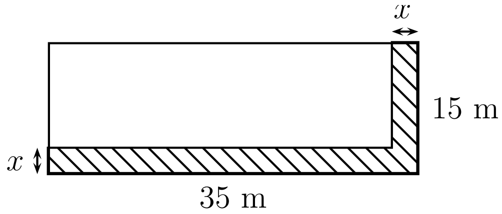
Contrôle de mathématiques n° 1
Sujet 2

**Exercice 8 (cours, 2 points)**

1. Soient $a$, $b$, $c$ des réels, $a \neq 0$. On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   Rappeler la résolution de l'équation $f(x) = 0$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.
2. Recopier et compléter :
   La mesure principale d'un angle orienté de vecteur est l'unique mesure appartenant à l'intervalle ....

**Exercice 9 (5 points)**

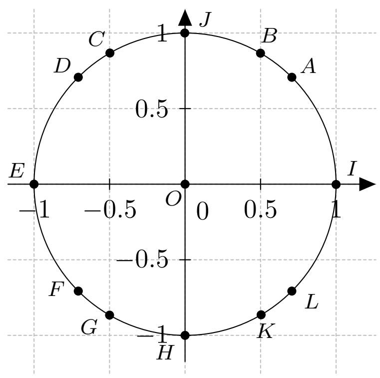
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 50x + 96 = 0$.
2. Un terrain rectangulaire a pour longueur 35 m et largeur 15 m. On souhaite aménager un chemin de largeur $x$ (en mètres) le long de deux côtés consécutifs comme le montre la figure ci-dessous (le chemin est la partie hachurée).




   La largeur $x$ du chemin doit être supérieure ou égale à 0,8 m.

   (a) On souhaite que la partie restante du terrain ait une aire supérieure à 429 m$^2$.
   Montrer que cela se traduit par l'inéquation
   $$x^2 - 50x + 96 \geqslant 0.$$
   (b) Résoudre cette inéquation et en déduire les valeurs possibles de la largeur $x$ du chemin.

**Exercice 10 (1,5 point)**




On répondra sans justification.

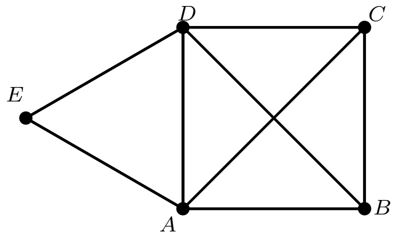
1. Donner l'image des réels suivants sur le cercle : $\dfrac{\pi}{2}$ ; $-\dfrac{\pi}{4}$ ; $6\pi$ ; $-\dfrac{3\pi}{4}$.
2. Donner trois nombres réels dont l'image est le point $D$.

**Exercice 11 (1,5 point)**

Donner la mesure principale des angles orientés suivants. On justifiera les résultats par un calcul.

1. $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = \dfrac{11\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
2. $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = \dfrac{9\pi}{10} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = -\dfrac{23\pi}{5} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

**Exercice 12 (2 points)**
Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré et $ADE$ est un triangle équilatéral.




Donner sans justification la mesure principale des angles suivants :

1. $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.
2. $(\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC})$.
3. $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AD})$.
4. $(\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DC})$.

**Exercice 13 (8 points)**
La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants (arrondis au gramme) :

300 ;310 ;307 ;311 ;309 ;307 ;311 ;314 ;309 ;314
310 ;312 ;311 ;318 ;301 ;315 ;308 ;315 ;313 ;319

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs de la série :

| Poids | 300 | ... | 319 |
|---|---|---|---|
| Effectifs | | | |
| Effectifs cumulés croissants | | | |

2. Déterminer la médiane. Justifier.
3. Déterminer les quartiles $Q_1$ et $Q_3$ de la série. Justifier.
4. Construire le diagramme en boîte de la série.
5. Rappeler une formule permettant de calculer la moyenne d'une série statistique, puis, en utilisant le menu statistique de la calculatrice, donner la moyenne et l'écart type de la série (aucun détail de calcul n'est demandé).
6. Un lot est accepté si les trois conditions suivantes sont remplies :
   — Le poids moyen $m$ d'une barquette est de 310 g à 1 g près ;
   — l'écart-type $s$ des poids est inférieur à 5 g ;
   — au moins 80 % des poids sont dans l'intervalle $[m - s; m + s]$
   Qu'en est-il pour ce lot ?

**Exercice 14 (bonus - 1,5 points)**
On considère la série statistique formée des valeurs entières suivantes :

$$6, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17$$

En remplaçant une valeur par une autre valeur entière, on souhaite rendre l'écart-type le plus petit possible. Quelle modification faut-il faire ?

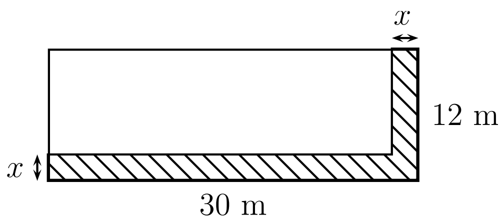
**Contrôle de mathématiques n° 1**
**Sujet 1 bis**

**Exercice 15 (cours, 2 points)**

1. Soient $a$, $b$, $c$ des réels, $a \neq 0$. On pose, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   (a) Rappeler les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction $f$.
2. Recopier et compléter :
   Deux nombres réels $x$ et $x'$ ont la même image sur le cercle trigonométrique si et seulement si ...

**Exercice 16 (5 points)**

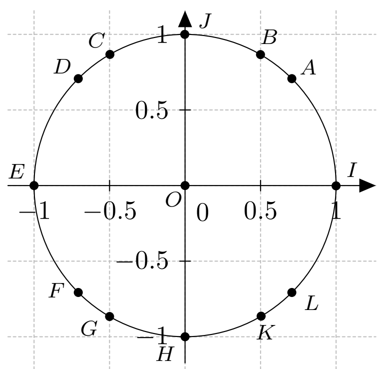
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 42x + 80 = 0$.
2. Un terrain rectangulaire a pour longueur 30 m et largeur 12 m. On souhaite aménager un chemin de largeur $x$ (en mètres) le long de deux côtés consécutifs comme le montre la figure ci-dessous (le chemin est la partie hachurée).




La largeur $x$ du chemin doit être supérieure ou égale à 0,8 m.

(a) On souhaite que la partie restante du terrain ait une aire supérieure à 280 m$^2$. Montrer que cela se traduit par l'inéquation
$$x^2 - 42x + 80 \geqslant 0.$$
(b) Résoudre cette inéquation et en déduire les valeurs possibles de la largeur $x$ du chemin.

**Exercice 17 (1,5 point)**




On répondra sans justification.

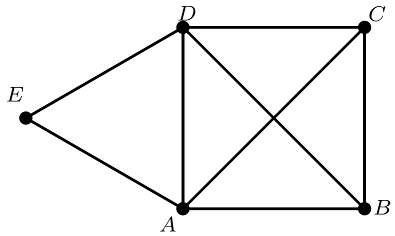
1. Donner l'image des réels suivants sur le cercle : $-\frac{\pi}{2}$ ; $\frac{\pi}{4}$ ; $11\pi$ ; $-\frac{5\pi}{4}$.
2. Donner trois nombres réels dont l'image est le point $L$.

**Exercice 18 (1,5 point)**

Donner la mesure principale des angles orientés suivants. On n'attend pas de justification.

1. $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = \frac{19\pi}{7} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
2. $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = -\frac{3\pi}{5} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

**Exercice 19 (2 points)**
Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré et $ADE$ est un triangle équilatéral.




Donner sans justification la mesure principale des angles suivants :

1. $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA})$.
2. $(\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DA})$.
3. $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.
4. $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE})$.

**Exercice 20 (8 points)**
La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants (arrondis au gramme) :

| Poids $x_i$ | 300 | 303 | 307 | 308 | 309 | 310 | 311 | 312 | 313 | 314 | 315 | 317 | 318 | 319 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs $n_i$ | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| ECC | 1 | 2 | 3 | 6 | 8 | 10 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

1. Déterminer la médiane. Justifier.
2. Déterminer les quartiles $Q_1$ et $Q_3$ de la série. Justifier.
3. Construire le diagramme en boîte de la série.
4. Rappeler une formule permettant de calculer la moyenne d'une série statistique, puis, en utilisant la calculatrice, donner la moyenne et l'écart type de la série (aucun détail de calcul n'est demandé).
5. Bonus
   Un lot est accepté si les trois conditions suivantes sont remplies :
   — Le poids moyen $m$ d'une barquette est de 310 g à 1 g près ;
   — l'écart-type $s$ des poids est inférieur à 5 g ;
   — au moins 80 % des poids sont dans l'intervalle $[m - s; m + s]$
   Qu'en est-il pour ce lot ?

**Exercice 21 (bonus - 1,5 points)**
On considère la série statistique formée des valeurs entières suivantes :

$$6, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17$$

En remplaçant une valeur par une autre valeur entière, on souhaite rendre l'écart-type le plus petit possible. Quelle modification faut-il faire ?