

NOM :

21/03/2025

Prénom :

BTS. Contrôle n° 9

Exercice 1 (3 points)

Compléter sur l'énoncé.

On considère l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$ et son équation caractéristique $ar^2 + br + c = 0$.

On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.

1. Si $\Delta = 0$, alors l'équation caractéristique admet une racine double $r_0 = -\frac{b}{2a}$.

Les solutions de (E_0) sont les fonctions de la forme

$$y(t) = \dots\dots\dots$$

2. Si $\Delta > 0$, alors l'équation caractéristique admet deux racines réelles $r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Les solutions de (E_0) sont alors les fonctions

$$y(t) = \dots\dots\dots$$

3. Si $\Delta < 0$, l'équation caractéristique admet deux racines conjuguées $\alpha + i\beta$ et $\alpha - i\beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Les solutions de (E_0) sont les fonctions de la

forme

$$y(t) = \dots\dots\dots$$

Exercice 2 (6 points)

Résoudre les équations homogènes suivantes.

1. $y'' - 2y' + y = 0$
2. $y'' + 2y' + 2y = 0$

Exercice 3 (3 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = \sin(2t)$.

1. Calculer $g'(t)$, puis $g''(t)$.
2. En déduire une équation différentielle du second ordre dont g est solution.

Exercice 4 (4 points)

1. Résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y'' + 2y' + 17y = 0.$$

2. Déterminer la solution particulière f qui vérifie $f(0) = 1$ et $f'(0) = -1$.

Exercice 5 (4 points)

1. Résoudre l'équation différentielle (E) :

$$x'' - 9x = 0$$

où x est une fonction de la variable réelle t définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. Déterminer la solution x de (E) vérifiant $x(0) = 0$ et $x'(0) = 4$.