Annales pour le contrôle commun

Exercice 1: ***(4 points)***

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement (*Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point*) :

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$.

Affirmation 1 : « Un antécédent de 0,75 par la fonction f est $-\sqrt{3}$. »

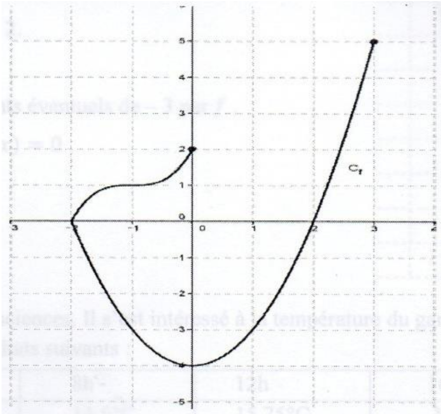
2. g est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, a et b désignent deux nombres réels.

Affirmation 2 : « Si g(a) = g(b) alors a = b. »

3. On désigne par C_h la courbe représentative de la fonction h définie par $h(x) = \frac{x^2}{2} - 5x + 3$.

Affirmation 3 : « La courbe C_h coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 3. »

4. *Affirmation 4* : « La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f et f(- 1) = 1. »



Exercice 2: ***(5 points)***

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

E (- 2 ; 3) , F (1 ; 4) et G (3 ; - 2).

a) Réaliser une figure que vous compléterez tout au long de l'exercice.

b) Montrer que EF = $\sqrt{10}$.

c) Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

d) Calculer les coordonnées du milieu I du segment [EG].

e) Soit H le symétrique de F par rapport à I. Calculer les coordonnées de H.

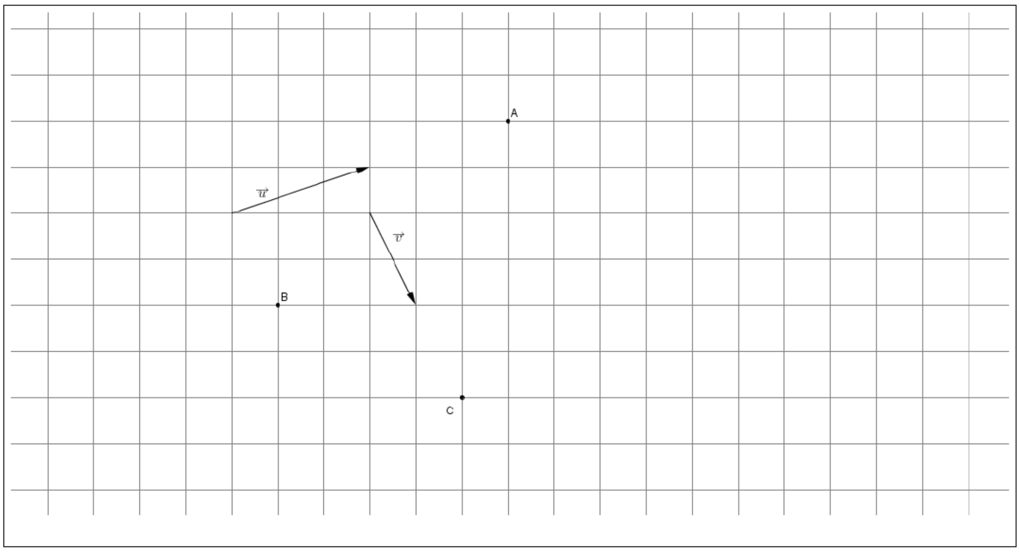
f) Jean affirme que le quadrilatère EFGH est un carré. Qu'en pensez-vous ? Argumentez.

Exercice 3: ***(4 points)***

Partie A :

Construire sur le graphique ci-dessous les points M, N et P tels que :

$\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overrightarrow{CP} = \vec{u} - 2\vec{v}$ et $\overrightarrow{NB} = \vec{u} - \vec{v}$.



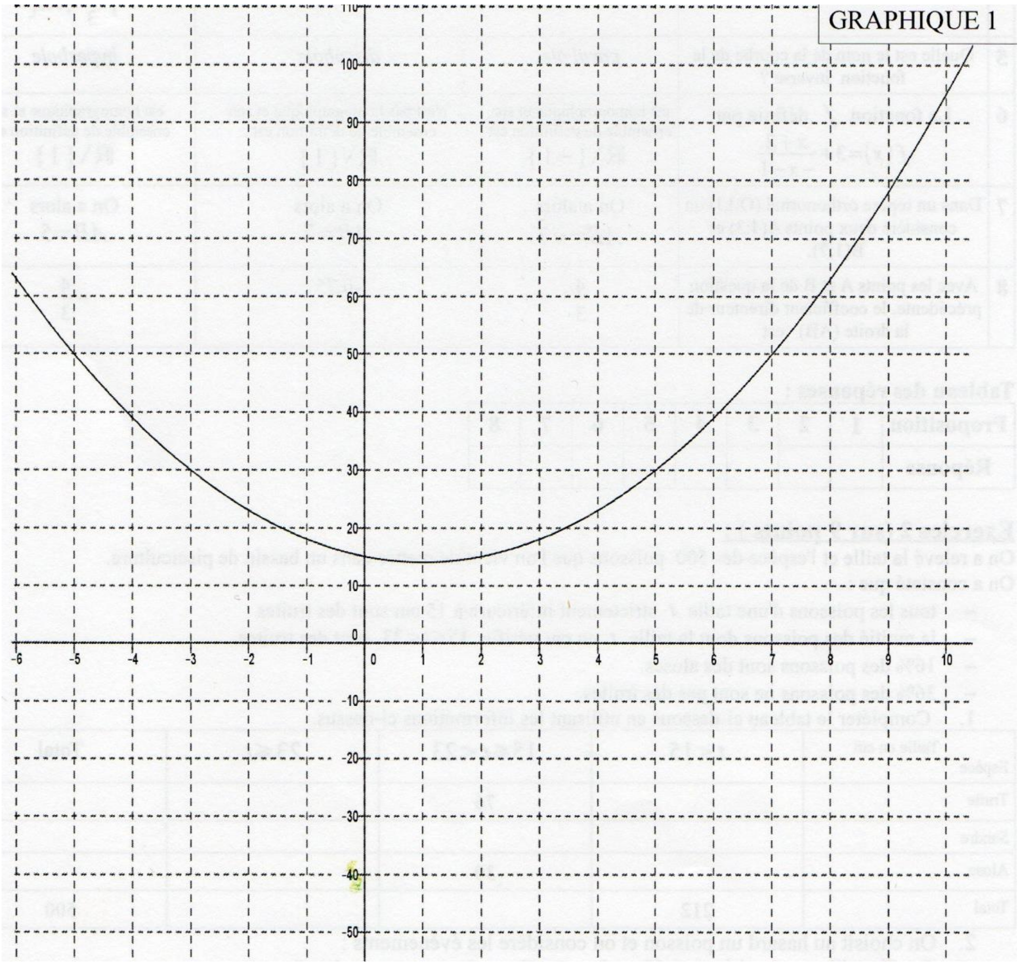
Partie B :
Soit MNPG un parallélogramme.
1. Faire une figure et construire les points A et B tels que A est le symétrique de Q par rapport à M et B est tel que $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{QP}$.
2. Montrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$. Que peut-on en déduire ?
3. Montrer que le quadrilatère MANP est un parallélogramme.

Exercice 4 : ***(points)***
Durant tout le week-end, un site marchand propose une promotion pour toute commande d'un montant minimum de 20 €.
Si le montant de la commande est :
- strictement inférieur à 100 €, une remise de 10 € est offerte ;
- entre 100 € (compris) et 200 € (non compris), une remise de 25 € est offerte ;
- supérieur ou égal à 200 €, une remise de 20 % est offerte.

1. Calculer le prix à payer pour une commande d'un montant de 130 €, de 80 €, de 300 €.
2. On a commencé un algorithme qui automatise le calcul du prix à payer pour une commande dont on saisit le montant M ≥ 20. Compléter le pour qu'il fonctionne correctement.

Variables :	M, P sont des nombres réels avec M supérieur ou égal à 20
Entrée :	Saisir M
Traitement :	Si M < 100
	Alors …………………………………………………..
	Sinon
	Si …………………………………………………………..
	Alors ………………………………………………..
	Sinon ……………………………………………….
	Fin si
	Fin si
Sortie :	Afficher P

Exercice 5 : ***(points)***
On considère dans tout l'exercice les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + 15$ et $g(x) = -(x-1)^2 + 16$.
Leurs courbes représentatives respectives associées seront notées C_f et C_g.



<u>Partie A :</u> Etude graphique de C_f :

Compléter (on fera apparaître sur le graphique les traits utiles à la lecture) :

1. L'image de 7 par f est …………………
2. Les antécédents éventuels de 40 par f sont : ……………………
3. Le nombre ……………. N'a pas d'antécédent par f.
4. L'inéquation $f(x) \geq 30$ a pour solutions : …………………..
5. Donner le tableau de variations de la fonction f.

<u>Partie B :</u> Etude de f et g :

1. Résoudre par le calcul l'équation : $f(x) = 15$.
2. Déterminer par le calcul l'image de – 5 par g.

<u>Partie C :</u> Construction de la courbe représentative de g :

1. Montrer que, pour tout réel x, $g(x) = -x^2 + 2x + 15$.
2. a) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs ci-dessous :

x	- 6	- 4	- 2	0	2	4	6	8	10
$g(x)$									

b) Construire C_g sur le graphique 1.

<u>Partie D :</u> Calculs et interprétation graphique :

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

<u>Exercice 6 :</u>

Tous les résultats sont à démontrer.

Soit (O, I ; J) un repère orthonormal du plan. On considère les points A(-3, 2), B(4 ; 3) et C(-1 ; -2).

1) Placer les points dans le repère annexe 1.
2) Démontrer que ABC est un triangle isocèle.
3) Calculer les coordonnées du point E, symétrique de A par rapport à B.
4) Quelle est la nature de ACE ?
5) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
6) Quelle est la nature de ABCD ?
7) Déterminer l'aire du triangle ABC.
8) Soit C le cercle de centre B et de rayon $5\sqrt{2}$.
   Montrer que A, C et E appartiennent à C .

<u>Exercice 7 :</u>

Partie A :

Dans le repère, en annexe 2, la courbe C est la représentation graphique d'une fonction *f* définie sur [-6 ; 2].
A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Quelles sont les images par *f* de -2 ; 0 et – 5 ?
2) Le nombre 0 admet-il des antécédents par *f* ? Si oui, lesquels ?
3) Résoudre dans [-6 ; 2] l'équation $f(x) = 5$ puis l'inéquation $f(x) < 5$ en vous justifiant.
4) Quel est le maximum de la fonction *f* sur [-6 ; 2] ? En quelle valeur est-il atteint ?
5) Dresser le tableau de variations de f sur [-6 ; 2]
6) On considère la fonction g définie sur [-6 ; 2] par $g(x) = -\frac{3}{2}x + 2$
   a) Tracer la courbe de la fonction g dans le même repère que celle de *f*.
   b) Résoudre dans [-6 ; 2] $f(x) \geq g(x)$.

Partie B :

On donne le tableau de variation de *f* définie sur [-10 ; 10]

x	-10		-7		-1	0		4		6		10
			2							3		
f(x)		↗		↘	0		↗	0			↘	
	0,01					-5						1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de savoir. (Justifier chaque réponse)

a) $f(1) < f(3)$ b) $f(-1,5) \geq 0$ c) $f(-6) \leq 1,5$ d) $f(8) > f(7)$