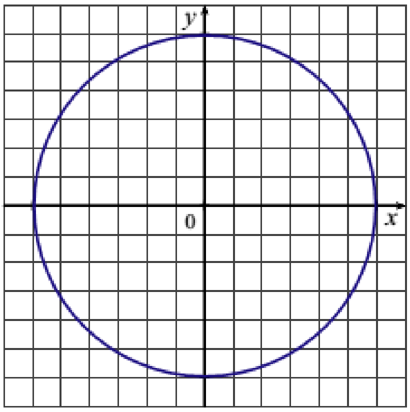
QCM : Entourer la ou les bonne(s) réponse(s) **4 points**

	A	B	C	D
La suite (u_n) est une suite arithmétique, $u_0 = 5$ et $u_7 = 26$, la somme $u_0 + u_1 + \ldots + u_7$ est égale à	4×31	5×26	7×26	$8 \times 15{,}5$
$1 - 0{,}1 + 0{,}1^2 - 0{,}1^3 + 0{,}1^4 - 0{,}1^5 =$	$\frac{1+0{,}1^5}{1+0{,}1}$	$\frac{1-0{,}1^6}{1+0{,}1}$	$\frac{1-0{,}1^6}{1-0{,}1}$	$\frac{0{,}999999}{0{,}9}$
Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1} = -\frac{u_n}{6}$ et $u_0 = 1$ alors	(u_n) est arithmétique	(u_n) est géométrique	$u_4 = \frac{1}{1296}$	$u_n = \left(\frac{1}{6}\right)^n$
L'angle $\frac{1243\pi}{6}$ est égale à	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{6}$	$\frac{31\pi}{6}$	$-\frac{27\pi}{6}$

Exercice 1 : **2,5 points**

1. Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C et D repérés respectivement par les réels : $-\frac{5\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{3\pi}{4}$



2. Donner la mesure principale des angles suivants : $\frac{19\pi}{5}$; $-\frac{67\pi}{3}$; $\frac{140\pi}{7}$; $-\frac{11\pi}{6}$

Exercice 2 : **4 points**

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1240 renards à la fin de l'année 2016.

On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année 2016+n. On a donc $u_0 = 1240$.

On estime à 15% par an la baisse du nombre de renards. On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

1) Montrer qu'à la fin de l'année 2017, la population de renards sera de 1054.
2) En déduire la valeur de u_1 puis calculer u_2.
3) Exprimer u_{n+1} en fonction u_n et en déduire que la suite (u_n) est géométrique, vous préciserez ses éléments caractéristiques.
4) En déduire u_n en fonction de n.
5) Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2020

Exercice 3 : **1,5 points**

Un roi de Perse voulut récompenser l'inventeur du jeu d'échecs. Celui-ci demanda au roi de déposer un grain de blé sur la première case, 2 grains sur la seconde, 4 grains sur la troisième et ainsi de suite en doublant à chaque fois le nombre de grains jusqu'à la 64ème case. Combien de grains de blé devront être posés sur l'échiquier ?

Exercice 4 : **3 points**

Soit ABCD un carré de côté 2 et de centre O.
Après avoir fait une figure, calculer les produits scalaires suivants :

$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CA}$ $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$ $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$ $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BD}$

Exercice 5 : **2 points**

1) Calculer une valeur exacte de l'angle $\widehat{PMN}$, sachant que $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}$ = 17 , MN = $\sqrt{34}$ et MP = $\sqrt{17}$
2) Calculer la longueur HI sachant que $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HG}$ = 18$\sqrt{3}$, HG = 36 et l'angle $\widehat{IHG} = \frac{\pi}{6}$

Exercice 6 : **3 points**

1) Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{x}\,(x^3 - 3x^2 + 2)$ sur]0 ; +∞[b) $g(x) = \frac{3x^2-4}{x+3}$ sur]-3 ; +∞[

c) $h(x) = \frac{-3}{2x^2-1}$ sur [1 ; + ∞[

2) Calculer la tangente à la courbe de la fonction h en 1.

Exercice 3 : **1,5 points**

Un roi de Perse voulut récompenser l'inventeur du jeu d'échecs. Celui-ci demanda au roi de déposer un grain de blé sur la première case, 2 grains sur la seconde, 4 grains sur la troisième et ainsi de suite en doublant à chaque fois le nombre de grains jusqu'à la 64ème case. Combien de grains de blé devront être posés sur l'échiquier ?

Exercice 4 : **3 points**

Une boîte de bonbons contient 30 caramels et 20 nougats. On choisit deux bonbons au hasard, successivement et **sans remise.**

1) Quelle est la probabilité que le deuxième bonbon choisi soit un caramel sachant que le premier est un nougat ?
2) Quelle est la probabilité que le deuxième bonbon choisi soit un nougat sachant que le premier est un nougat ?

Exercice 5 : **2 points**

Jeanne prend son parapluie pour se rendre au travail un jour sur dix.
Elle a remarqué que lorsqu'elle avait son parapluie, il pleuvait dans 80% des cas et, lorsqu'elle ne l'avait pas, il pleuvait dans 15% des cas.
Les événements A : « Jeanne prend son parapluie » et B : «il pleut » sont-ils indépendants ?

Exercice 6 : **3 points**

3) Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

b) $f(x) = \sqrt{x}\,(x^3 - 3x^2 + 2)$ sur]0 ; +∞[b) $g(x) = \frac{3x^2-4}{x+3}$ sur]-3 ; +∞[

c) $h(x) = \frac{-3}{2x^2-1}$ sur [1 ; + ∞[

4) Calculer la tangente à la courbe de la fonction h en 1.

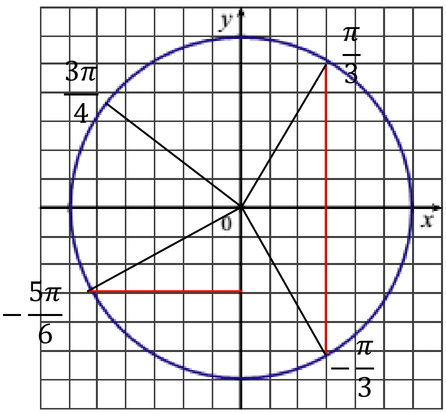
CORRECTION

QCM :

1) A et D 2) B 3) B et C 4) A et C

Exercice 1 :

1.



2 $\frac{19\pi}{5} - 2\times 2\pi = -\frac{\pi}{5}$; $-\frac{67\pi}{3} + 11\times 2\pi = -\frac{\pi}{3}$; $\frac{140\pi}{7} - 10\times 2\pi = 0$; $-\frac{11\pi}{6} + 2\pi = \frac{\pi}{6}$

Exercice 2 :

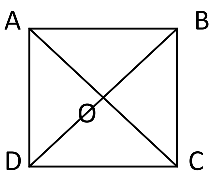
1) En 2016, il y avait 1240 renards mais la baisse est de 15% soit à multiplier par 0,85 :
   $1240 \times 0,85 = 1054$ donc en 2017, il y aura 1054 renards.
2) Donc $u_1 = 1054$ et $u_2 = 1054 \times 0,85 = 895,9$ donc il y aura 895 renards en 2018
3) On en déduit que $u_{n+1} = 0,85\, u_n$ donc la suite (u_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme $u_0 = 1240$
4) $u_n = 1240\times 0,85^n$
5) Soit n = 4 donc on calcule $u_4 = 1240\times 0,85^4 = 647,29$ donc en 2020, il devrait y avoir 647 renards.

Exercice 3 :

$u_1 = 1$; $u_2 = 2$ et on double à chaque case donc la suite (u_n) est géométrique de raison 2 et de premier terme $u_1 = 1$ donc on veut calculer $u_1 + \ldots + u_{64} = \frac{1-2^{64}}{1-2} \approx 1,8447 \times 10^{19}$

Ils devront poser $1,8447 \times 10^{19}$ grains de riz.

Exercice 4 :



$\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CD}^2 = 4$ car D est le projeté orthogonal de A sur (DC)

$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB} = -AD \times BC = -4$ les deux vecteurs sont colinéaires

$\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AC} = 0$ car les diagonales du carré sont perpendiculaires

$\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}AB^2 = 2$ car on projette orthogonalement de point O sur le segment [AB] en son milieu

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC} = -OA^2 = -2$ les deux vecteurs sont colinéaires

$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{AD} = -AD^2 = -4$ car A est le projeté orthogonal de B sur (AD)

Exercice 5 :

1) 17 = $\sqrt{34} \times \sqrt{17} \times \cos(\widehat{PMN}) \Leftrightarrow \cos(\widehat{PMN}) = \frac{17}{\sqrt{34}\times\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $\widehat{PMN} = \frac{\pi}{4}$
2) $18\sqrt{3} = 36 \times HI \times cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow HI = \frac{18\sqrt{3}}{36\times\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$

Exercice 6 :

1) a) f est dérivable sur]0 ; +∞[, elle est de la forme u× v donc $f'(x) = u'v + uv'$
   Avec $u(x) = \sqrt{x}$ $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
   $v(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ $v'(x) = 3x^2 - 6x$
   Donc $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^3 - 3x^2 + 2) + \sqrt{x}(3x^2 - 6x)$
   b) g est dérivable sur $]-3\ ;+\infty[$, elle est de la forme $\frac{u}{v}$ donc $g'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
   Avec $u(x) = 3x^2 - 4$ $u'(x) = 6x$
   $v(x) = x + 3$ $v'(x) = 1$
   Donc $g'(x) = \frac{6x(x+3)-(3x^2-4)}{(x+3)^2} = \frac{6x^2+18x-3x^2+4}{(x+3)^2} = \frac{3x^2+18x+4}{(x+3)^2}$
   c) h est dérivable sur [1 ; + ∞[, elle est de la forme $\frac{1}{v}$ donc $h'(x) = -3 \times \frac{-v'}{v}$
   Avec $v(x) = 2x^2 - 1$ $v(x) = 4x$
   Donc $h'(x) = -3 \times \frac{-4x}{(2x^2-1)^2} = \frac{12x}{(2x^2-1)^2}$
2) $h'(1) = 12\ \ et\ h(1) = -3$
   Donc la tangente en 1 à la courbe de h a pour équation y = 12 (x -1) – 3 = 12x – 15
   (à vérifier à la calculatrice en traçant la courbe de h et la tangente !)

EXERCICES SUR LES PROBABILITES :

Exercice 4 :

On appelle N l'évènement : « le bonbon tiré est un nougat » et C : « le bonbon tiré est un caramel »

1) $P_N(C) = \frac{30}{49}$ car le premier bonbon tiré est un nougat, il reste donc dans la boite, 30 caramels et 19 nougats.
2) $P_N(N) = \frac{19}{49}$ pour les mêmes raisons.

Exercice 5 :

On peut faire un arbre pondéré…

D'après l'énonce, P(A) = $\frac{1}{10}$, de plus comme les évènements A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers, P(B) = P(A ∩ B) + P$(\overline{A} \cap B) = \frac{1}{10} \times 0{,}8 + \frac{9}{10} \times 0{,}15 = 0{,}215$

Donc P(A) × P(B) = 0,0215 et P($A \cap B$) = 0,08, ils sont différents donc les évènements A et B ne sont pas indépendants.