

## 1re S. Correction du dm1

### Exercice 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^2 - 2x + 2$ .

1. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ .

Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-(x-1)^2 + 3 = -(x^2 + 2x + 1) + 3 = -x^2 - 2x + 2 = f(x)$ .

Donc que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ .

2. En reconnaissant dans l'expression précédente la forme canonique d'une fonction du second degré vue en seconde, dresser le tableau de variation de  $f$ . Justifier.

On reconnaît la forme canonique  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  avec  $a = -1$ ,  $\alpha = -1$ , et  $\beta = 3$ .

La parabole est tournée vers le bas car  $a = -1 < 0$ , et a pour sommet le point  $S(-1; 3)$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$		3	

3. Soit  $(d)$  la droite d'équation  $y = -x - 4$ .

(a) Tracer dans le repère ci-contre la courbe de  $f$  et la droite  $(d)$ .

(b) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) - (-x - 4) = (x+3)(2-x)$ .

D'une part,  $f(x) - (-x - 4) = -x^2 - 2x + 2 - (-x - 4) = -x^2 - 2x + 2 + x + 4 = -x^2 - x + 6$ .

D'autre part,  $(x+3)(2-x) = -x^2 - x + 6$ .

Donc pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) - (-x - 4) = (x+3)(2-x)$ .

(c) En déduire le tableau de signe de  $f(x) - (-x - 4)$ , puis la position relative de  $\mathcal{C}_f$  et  $(d)$ . On vérifiera la cohérence de ce résultat avec la graphique.

Valeurs clés :

$x + 3 = 0$  ssi  $x = -3$ , et  $2 - x = 0$  ssi  $x = 2$ .

$x$	$-\infty$	$-3$	$2$	$+\infty$
$x + 3$		-	0	+
$2 - x$		+	+	0
$f(x) - (-x - 4)$		-	0	+

On en déduit que lorsque  $x \in ]-\infty; -3[ \cup ]2; +\infty[$ ,  $f(x) < -x - 4$ .

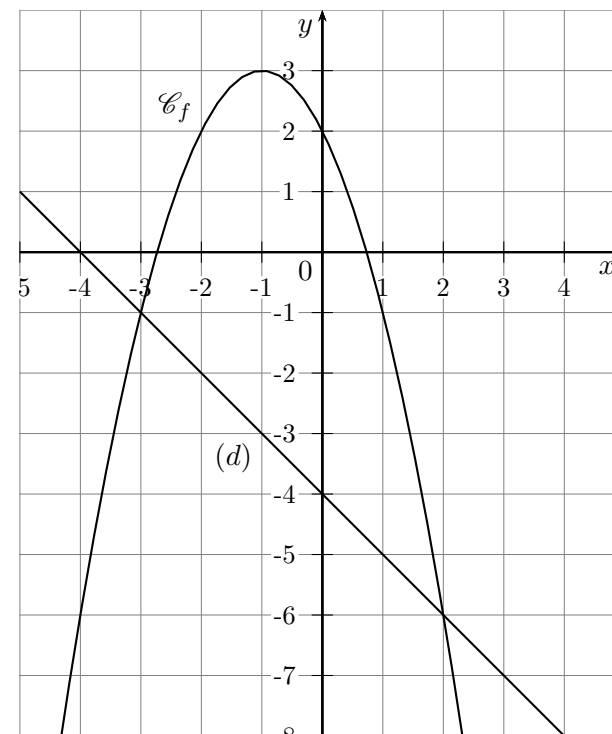
Donc sur  $]-\infty; -3[ \cup ]2; +\infty[$ ,  $\mathcal{C}_f$  est en-dessous de  $(d)$ .

Lorsque  $x \in ]-3; 2[$ ,  $f(x) > -x - 4$ .

Donc  $\mathcal{C}_f$  est au-dessus de  $(d)$  sur  $]-3; 2[$ .

Enfin  $f(x) = -x - 4$  ssi  $x = -3$  ou  $x = 2$ , donc  $\mathcal{C}_f$  et  $(d)$  se coupent aux points d'abscisses  $-3$  et  $2$ .

On vérifie la cohérence de ces résultats avec le graphique.



### Exercice 2

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Pour tout réel  $x$ ,  $-2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x - 2$ .

L'affirmation est fausse : l'égalité n'est pas vérifiée pour tous les réels.

En effet, en prenant  $x = 1$ , le premier membre vaut 0 et le deuxième vaut  $-4$ .

2. Il existe un réel  $x$  tel que  $-2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x - 2$ .

L'affirmation est vraie : l'égalité est vérifiée pour  $x = 0$ .