

Exercice 1 (4 points)

Compléter sans justifier. Les questions sont indépendantes.

1. 30 % de 12 % de 3000 est égal à $3000 \times 0,3 \times 0,12 = 108$.

2. Le taux d'évolution de y_1 à y_2 est $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$

3. Dans un oeuf de 60 g, la coquille représente 5 g et le jaune représente $\frac{1}{3}$ du poids total. Quelle est la proportion exacte du blanc dans la partie comestible ? $p = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$

$60 \times \frac{1}{3} = 20$. Le jaune pèse 20 g.

$60 - 5 - 20 = 35$. Le blanc pèse 35 g.

4. Sur l'emballage, il est indiqué que le cacao constitue 70% d'une tablette de chocolat.

Sachant qu'il y a 140 g de cacao dans la tablette, la masse de la tablette est de 200 g.

$p = \frac{n_A}{n_E}$, soit $0,7 = \frac{140}{x}$, donc $x = \frac{140}{0,7} = 200$.

Exercice 2 (7 points)

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
580	284,2	-0,51	0,49	baisse de 51%
6000	6540	0,09	1,09	hausse de 9 %
250	220	-0,12	0,88	baisse de 12%
7250	5945	-0,18	0,82	baisse de 18 %
250	265	0,06	1,06	hausse de 6 %

Exercice 3 (6 points)

1. Écrire $E = 6^7 \times 12^{-1}$ sous la forme $2^n \times 3^k$ avec $n, k \in \mathbb{Z}$.

$E = 6^7 \times 12^{-1} = (2 \times 3)^7 \times (2^2 \times 3)^{-1} = 2^7 \times 3^7 \times 2^{-2} \times 3^{-1}$.

$E = 2^{7-2} \times 3^{7-1} = 2^5 \times 3^6$.

2. Calculer $F = \frac{16 \times 10^{11} \times 21 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}}$ et donner le résultat en notation scientifique.

$F = \frac{16 \times 10^{11} \times 21 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}} = \frac{16 \times 21}{6} \times 10^{11+3-(-3)}$

$F = \frac{2 \times 8 \times 3 \times 7}{2 \times 3} \times 10^{17} = 56 \times 10^{17} = 5,6 \times 10^{18}$

3. Déterminer l'écriture simplifiée de $G = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

$G = \sqrt{9 \times 5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$G = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$.

Exercice 4 (3 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A avec $AB = 6\sqrt{3}$ cm et $AC = \sqrt{15}$ cm.

1. Calculer la longueur BC du segment $[BC]$. Donner la valeur exacte. D'après le théorème de Pythagore,

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (6\sqrt{3})^2 + (\sqrt{15})^2$

$BC^2 = 6^2 \times 3 + 15 = 3 \times 36 + 15 = 123$.

Donc $BC = \sqrt{123}$.

2. Calculer l'aire du triangle ABC (valeur exacte et arrondie au mm^2).

$\text{Aire} = \frac{b \times h}{2} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{15}}{2}$

$\text{Aire} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3 \times 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5} \approx 20,12$.

L'aire du triangle est $9\sqrt{5} \text{ cm}^2$, soit environ $20,12 \text{ cm}^2$, ou 2021 mm^2 .

Exercice 5 (bonus, 1 point)

Écrire sans racine carrée au dénominateur $\frac{3}{4 - \sqrt{5}}$. Justifier.

On multiplie au numérateur et au dénominateur par la quantité conjuguée de $4 - \sqrt{5}$ qui est $4 + \sqrt{5}$.

$\frac{3}{4 - \sqrt{5}} = \frac{3(4 + \sqrt{5})}{(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})} = \frac{12 + 3\sqrt{5}}{4^2 - 5} = \frac{12 + 3\sqrt{5}}{11}$.

Exercice 6 (bonus, 1 point)

Montrer que, quelle que soit la valeur de l'entier n , $\frac{8^n \times 10}{2^{n+1} \times 4^n} = 5$.

Pour tout entier n , $\frac{8^n \times 10}{2^{n+1} \times 4^n} = \frac{8^n \times 10}{2 \times 2^n \times 4^n} = \frac{10}{2} \times \frac{8^n}{8^n} = 5$.

Exercice 7 (4 points)

Compléter sans justifier. Les questions sont indépendantes.

1. 20% de 15 % de 7000 est égal à $\boxed{7000 \times 0,2 \times 0,15 = 210}$.

2. Si t est le taux de l'évolution de y_1 à y_2 , alors $\boxed{y_2 = y_1 \times (1 + t)}$.

3. Dans un oeuf de 60 g, la coquille représente 5 g et le jaune représente $\frac{1}{3}$ du poids total. Quelle est la proportion exacte du jaune

dans la partie comestible ? $\boxed{\frac{20}{55} = \frac{4}{11}}$.

$60 \times \frac{1}{3} = 20$. Le jaune pèse 20 g.

$60 - 5 = 55$. La partie comestible pèse 55 g.

4. Sur l'emballage, il est indiqué que le cacao constitue 55% d'une tablette de chocolat. Sachant qu'il y a 88 g de cacao dans la tablette, la masse de la tablette est de $\boxed{160 \text{ g}}$

$p = \frac{n_A}{n_E}$, donc $0,55 = \frac{88}{n_E}$, puis $n_E = \frac{88}{0,55} = 160$.

Exercice 8 (7 points)

Compléter le tableau. On ne demande pas de justifier les résultats.

valeur initiale	valeur finale	taux d'évolution	coefficient multiplicateur	évolution en pourcentage
580	533,6	-0,08	0,92	baisse de 8 %
6000	7020	0,17	1,17	hausse de 17 %
250	305	0,22	1,22	hausse de 22%
7250	6597,5	-0,09	0,91	baisse de 9 %
1700	1853	0,09	1,09	hausse de 9 %

Exercice 9 (6 points)

Le détail des calculs doit figurer sur la copie.

1. Écrire $E = 18^4 \times 12^{-3}$ sous la forme $2^n \times 3^k$ avec $n, k \in \mathbb{Z}$.

$E = 18^4 \times 12^{-3} = (2 \times 3^2)^4 \times (2^2 \times 3)^{-3} = 2^{4-2 \times 3} \times 3^{2 \times 4 - 3}$

$\boxed{E = 2^{-2} \times 3^5}$

2. Calculer $F = \frac{55 \times 10^{-5} \times 36 \times 10^4}{15 \times 10^{17}}$ et donner le résultat en notation scientifique.

$F = \frac{55 \times 36}{15} \times 10^{-5+4-17} = \frac{5 \times 11 \times 3 \times 12}{5 \times 3} \times 10^{-18}$

$\boxed{F = 132 \times 10^{-18} = 1,32 \times 10^{-16}}$

3. Déterminer l'écriture simplifiée de $G = \sqrt{300} - 7\sqrt{3} + \sqrt{12}$.

$G = \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 7\sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$G = 10\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$\boxed{G = 5\sqrt{3}}$

Exercice 10 (3 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A avec $AB = 2\sqrt{5}$ cm et $AC = \sqrt{15}$ cm.

1. Calculer la longueur BC du segment $[BC]$. Donner la valeur exacte.

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 20 + 15 = 35$.

Donc $\boxed{BC = \sqrt{35}}$.

2. Calculer l'aire du triangle ABC (valeur exacte et valeur arrondie au mm^2).

$Aire = \frac{b \times h}{2} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \approx 8,66$.

$\boxed{\text{L'aire du triangle est de } 5\sqrt{3} \text{ cm}^2, \text{ soit environ } 8,66 \text{ cm}^2, \text{ ou } 866 \text{ mm}^2.}$

Exercice 11 (bonus, 1 point)

Écrire sans racine carrée au dénominateur $\frac{3}{4 - \sqrt{5}}$. Justifier.

Voir sujet 1

Exercice 12 (bonus, 1 point)

Montrer que, quelle que soit la valeur de l'entier n , $\frac{8^n \times 10}{2^{n+1} \times 4^n} = 5$.

Voir sujet 1