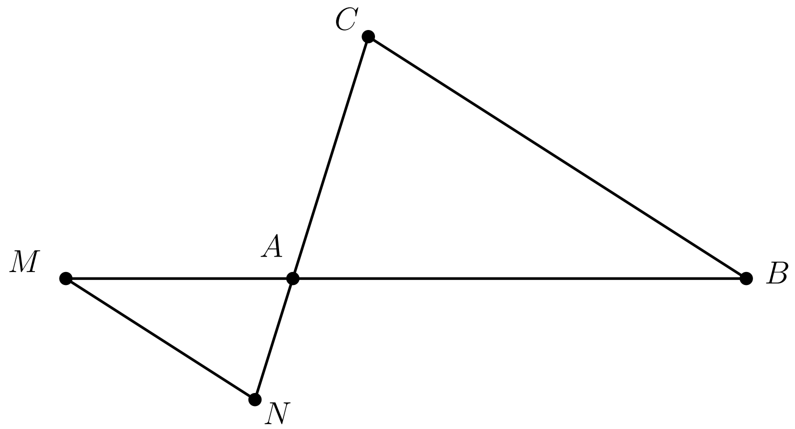
## Correction du Dm5

**Exercice 1 (11 page 123)**

$ABC$ est un triangle, $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, et $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

1. Figure.




2. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
3. Comme $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, les vecteurs $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points $A$, $N$ et $C$ sont alignés.

**Exercice 2 (12 page 123)**

Dans un repère d'origine $O$, on donne $A(-2;2)$ et $B(2;4)$.

1. Soit $D(7;\frac{7}{2})$. Montrer que $(AB)//(OD)$.
   $AB)//(OD)$ ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OD}$ sont colinéaires.
   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.
   De même, $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix} x_D - x_O \\ y_D - y_O \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix} 7 \\ 7/2 \end{pmatrix}$.
   On peut remarquer que $\overrightarrow{OD} = \frac{7}{4}\overrightarrow{AD}$.
   Sinon, $xy' - yx' = 4 \times \frac{7}{2} - 2 \times 7 = 14 - 14 = 0$.
   Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OD}$ sont colinéaires, et $(AB)//(OD)$.
2. On donne $M(3;1)$ et $N(1;0)$. Montrer que $(AB)//(MN)$.
   $(AB)//(MN)$ ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.
   On a vu que $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, et $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x_N - x_M \\ y_N - y_M \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
   On observe que $-2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires et les droites $(AB)$ et $(MN)$ sont parallèles.

**Exercice 3 (64 page 127)**

$ABC$ est un triangle et $D$ est tel que $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}$.
Montrons que $D \in (AC)$.
Cela revient à montrer que $A$, $C$, et $D$ sont alignés, ce qui équivaut à montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.
On sait que $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}$.
Donc $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA})$, soit $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CA}$.
Ainsi, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{CA}$, ou encore $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AC}$.
Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires, donc $D \in (AC)$.