

Terminale STI. Spécialité. Contrôle n° 2

Exercice 1 (4 points)

1. Mettre sous forme algébrique $Z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$.

2. On pose $Z_2 = \frac{-\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{i}$.

(a) Déterminer une écriture exponentielle de $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

(b) Justifier que $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$.

(c) En déduire une écriture exponentielle de Z_2 .

Exercice 2 (QCM, 4 points)

Sélectionner l'unique bonne réponse.

1. On pose $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x)$.

Pour tout réel x , $A(x)$ est égal à :

a. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

c. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

b. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

d. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

2. Soit $z = -10e^{i\frac{\pi}{3}}$. Une forme exponentielle de z est :

a. $z = 10e^{i\frac{\pi}{3}}$

c. $z = 10e^{-i\frac{4\pi}{3}}$

b. $z = -10e^{i\frac{\pi}{3}}$

d. $z = 10e^{i\frac{4\pi}{3}}$

3. Pour tout réel a , $\cos(2a)$ est égal à :

a. $2\cos(a)$

c. $2\sin(a)\cos(a)$

b. $2\cos^2 a - 1$

d. $\cos^2 a + \sin^2 a$

4. Une forme exponentielle de $\frac{\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^4}{5e^{-i\frac{\pi}{3}}}$ est :

a. $-5e^{i\pi}$

c. $\frac{1}{5}e^{i\frac{5\pi}{3}}$

b. $5e^{i\frac{5\pi}{3}}$

d. $\frac{1}{5}e^{-i\frac{4\pi}{3}}$

Exercice 3 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 12 \sin\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)$.

1. Compléter : Pour tous réels a et b , $\sin(a + b) =$

2. En déduire une expression de $f(t)$ en fonction de $\cos(4t)$ et de $\sin(4t)$.

Exercice 4 (4 points)

Compléter le tableau. Aucune justification n'est attendue.

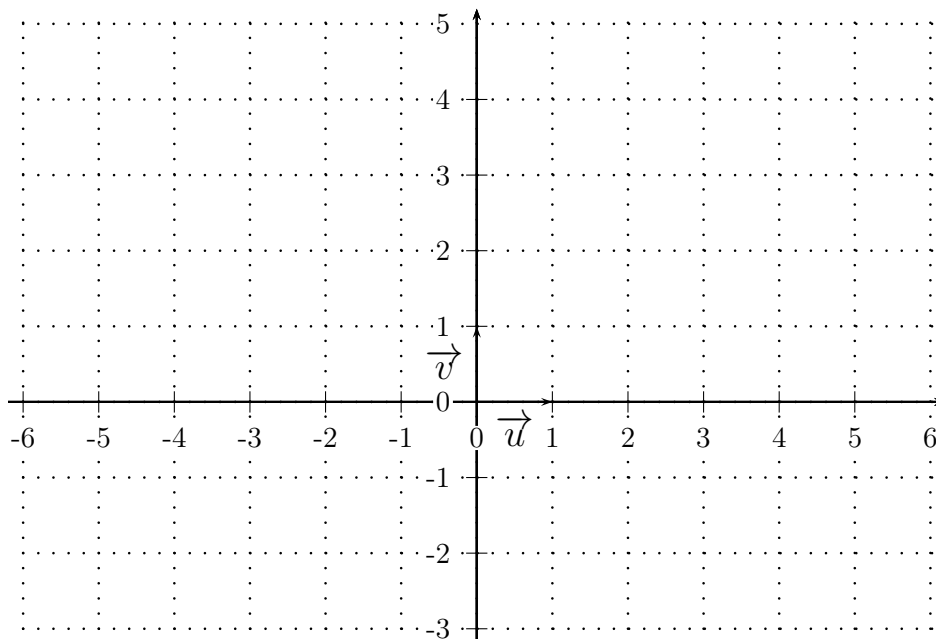
Transformation	Écriture complexe
Translation de vecteur $\vec{w}(2 + 5i)$	
	$z' = 5z$
Homothétie de centre O et de rapport -2	
Rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$	

Exercice 5 (6 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

On considère les points A d'affixe $z_A = -2 + i$, et B d'affixe $z_B = 3 + 2i$.

- Déterminer l'affixe du point C , image de A par la translation de vecteur $\vec{w}(1 - 2i)$.
- Déterminer l'affixe du point D , image de A par l'homothétie de centre O et de rapport -2 .
- Déterminer l'affixe du point E , image de B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- Placer les points A, B, C, D et E dans le repère ci-dessous.
- Quelle est la nature du quadrilatère $BECD$? Justifier avec du calcul en précisant la propriété utilisée.

**Exercice 6 (bonus, 2 points)**

Soit B la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $B(t) = \sqrt{3} \cos(2\pi t) - \sin(2\pi t)$.

Démontrer que $B(t)$ peut s'écrire sous la forme $B(t) = 2 \cos(2\pi t + \varphi)$ où φ est un réel à déterminer.