

## Algorithmique

Un algorithme est une suite d'instructions qui, une fois effectuées, permettent de donner la réponse à un problème.

Exemple : une recette de cuisine est un algorithme.

Tous les algorithmes sont construits suivant le schéma :  
Déclaration des variables.

| Instructions

Les instructions peuvent être de 4 types :

- lecture et écriture (Entrer  $a$ , Afficher  $b$ )
- l'affectation des variables ( $a \leftarrow 1$  signifie  $a$  prend la valeur 1),
- les tests (si ..., alors ... sinon ...),
- les boucles (pour, tant que),

### Exercice 1

Voici un algorithme :

Variables :  $x, y$  sont des nombres

| Entrer  $x$   
 $y$  prend la valeur  $x + 4$   
 $y$  prend la valeur  $y^2$   
 $y$  prend la valeur  $x + y$   
Afficher  $y$

1. Que renvoie l'algorithme si l'on entre la valeur 3?, la valeur  $-5$ ?
2. Plus généralement, cet algorithme calcule l'image d'un nombre  $x$  par une fonction  $f$ . Quelle est l'expression de  $f$ ?

### Remarque (importante)

Dès qu'on affecte une valeur à une variable, la valeur qu'elle avait précédemment est perdue.

### Exercice 2

Variables :  $a$  et  $b$  sont des nombres.

| Entrer  $a$  et  $b$   
 $a \leftarrow a + 2b$   
 $b \leftarrow a + 2b$   
Afficher  $a$  et  $b$

1. Que renvoie l'algorithme si l'on entre  $a = 1$  et  $b = 5$ ?
2. Le résultat est-il le même si l'on change l'ordre des deux affectations?

### Exercice 3

On cherche à établir un algorithme qui échange les valeurs de deux variables.

Variables :  $a$  et  $b$  sont des nombres

```
Entrer  $a$  et  $b$ 
 $b \leftarrow a$ 
 $a \leftarrow b$ 
Afficher  $a$  et  $b$ 
```

1. Tester cet algorithme en choisissant une valeur de  $a$  et une valeur de  $b$ .
2. L'algorithme donné permet-il d'échanger les valeurs de deux variables ? Si non, adapter l'algorithme pour répondre au problème.

### Exercice 4

On considère le programme suivant :

- choisir un nombre,
- lui ajouter 3,
- élever ce résultat au carré,
- soustraire le nombre de départ.

1. Compléter l'algorithme en utilisant des affectations pour qu'il applique le programme.

Variables :  $x, \dots$ ,

```
Entrer  $x$ 
...
...
...
Afficher ...
```

2. Quelle est l'expression de la fonction associée au programme ?
3. En notant  $f$  cette fonction, vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 5x + 9$ .
4. Est-il possible que le programme renvoie le nombre 9 ?

### Exercice 5 [devoir maison]

On donne l'algorithme suivant :

Variables  $a, b, c, d, e, f$  sont des nombres.

```
 $b$  prend la valeur  $3 \times a$ 
 $c$  prend la valeur  $b - 1$ 
 $d$  prend la valeur  $c \times c$ 
 $e$  prend la valeur  $9 \times a \times a$ 
 $f$  prend la valeur  $d - e$ 
Afficher  $f$ 
```

1. Que renvoie l'algorithme lorsque l'on entre  $a = 0$  ?  $a = -2$  ?
2. Quelle est l'expression de la fonction associée à cet algorithme ?
3. Pour quelle valeur de  $a$  peut-on faire afficher  $f = -12071$  ?

## Algorithmique

### Instruction conditionnelle : Si

#### Exercice 1

On considère l'algorithme suivant où les variables  $x$  et  $y$  sont des nombres entiers.

```
Si  $x$  est un multiple de 3
    Alors  $y \leftarrow \frac{x}{3}$ 
    Sinon  $y \leftarrow x - 3$ 
FinSi
```

Quelle est la valeur de la variable  $y$  pour les valeurs de  $x$  suivantes :

1.  $x = 17$
2.  $x = 45$
3.  $x = 237$
4.  $x = 309$

#### Exercice 2

Un magasin de reprographie applique le tarif suivant :

- 0,15 euros l'unité jusqu'à 50 photocopies ;
- 0,10 euros l'unité au-delà.

1. (a) Calculer le montant à payer pour 10 photocopies, puis pour 50 photocopies.  
(b) Justifier que le montant à payer pour 90 photocopies s'élève à 11,50 euros.
2. Compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule le prix  $P$  à payer en euros, lorsqu'on entre le nombre  $N$  de photocopies.

```
Entrer  $N$ 
Si  $N \leq 50$ 
    Alors  $P \leftarrow \dots$ 
    Sinon  $P \leftarrow \dots$ 
FinSi
Afficher  $P$ 
```

### Boucle bornée : Pour

On utilise une boucle "Pour" pour répéter un bloc d'instruction un nombre de fois fixé au départ.

#### Exercice 3

Un village compte aujourd'hui 3500 habitants. On prévoit que sa population augmente de 190 habitants chaque année.

1. Faire tourner l'algorithme suivant à la main

```
A ← 3500
Pour  $k$  variant de 1 à 4
    A ← A + 190
FinPour
```

2. À quoi correspond la valeur de  $A$  à la fin de l'algorithme ?

#### Exercice 4

1. (a) Faire tourner l'algorithme suivant à la main

```
A ← 0
Pour  $k$  variant de 1 à 4
    A ← A +  $k^2$ 
FinPour
```

- (b) Que calcule cet algorithme ?

2. Adapter l'algorithme pour qu'il calcule les sommes suivantes :

(a)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ .

(b)  $1 + 2 + 3 + \dots + 20$ .

(c)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}$ .

(d)  $2 + 4 + 6 + \dots + 100$