Seconde. Correction du contrôle n° 3

Exercice 1 (1 point)

Résoudre l'inéquation $5-2x>2(7+x)$ et donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle.

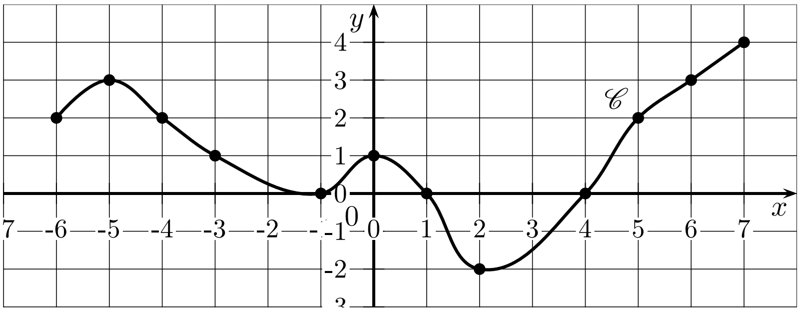
$5-2x>2(7+x)$ ssi $5-2x>14+2x$ ssi $-4x>9$ ssi $x<-\dfrac{9}{4}$.

Attention en divisant par $-4<0$, on change le sens de l'inégalité.

$\boxed{S=\left]-\infty;-\dfrac{9}{4}\right[.}$

Exercice 2 (5 points)

On donne la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-6;7]$.



1. Compléter sur l'énoncé (sans justifier) :
   (a) l'image de 2 est $f(2)=-2$
   (b) les antécédents de 0 sont -1 ; 1 ; et 4.
   (c) les solutions de l'équation $f(x)=3$ sont -5 et 6.
   (d) le nombre $0,5$ a exactement quatre antécédents par f.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)>2$. Justifier.
   Les solutions sont les abscisses des points de la courbe qui ont une ordonnée strictement supérieure à 2. $S=]-6;-4[\cup]5;7]$.

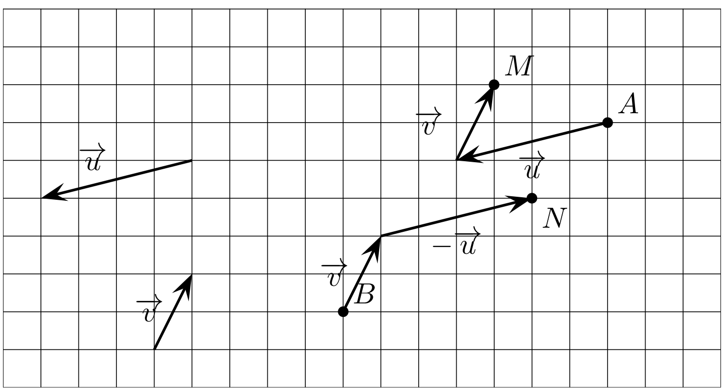
Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=9x-x^2$. Notons $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan (on ne demande pas de la tracer).

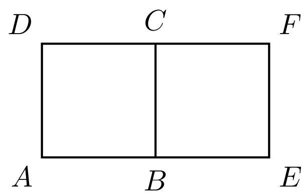
1. Étudier si les points $A(2;14)$ et $B(-1;-8)$ appartiennent à la courbe de f.
   $f(2)=9\times2-2^2=18-4=14$. $\boxed{\text{Donc } A\in\mathscr{C}.}$
   $f(-1)=9\times(-1)-(-1)^2=-9-1=-10\neq-8$. $\boxed{\text{Donc } B\notin\mathscr{C}.}$
2. Rechercher les antécédents de 0 par f. Indication : $9x-x^2=x(9-x)$
   On résout l'équation $f(x)=0$.
   $9x-x^2=0$ ssi $x(9-x)=0$ ssi ($x=0$ ou $9-x=0$) ssi ($x=0$ ou $x=9$).
   $\boxed{\text{Les antécédents de 0 sont 0 et 9.}}$

Exercice 4 (2 points)

1. Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.
2. Construire le point N tel que $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{v}-\overrightarrow{u}$.



Exercice 5 (2 points)
$ABCD$ et $BEFC$ sont deux carrés.



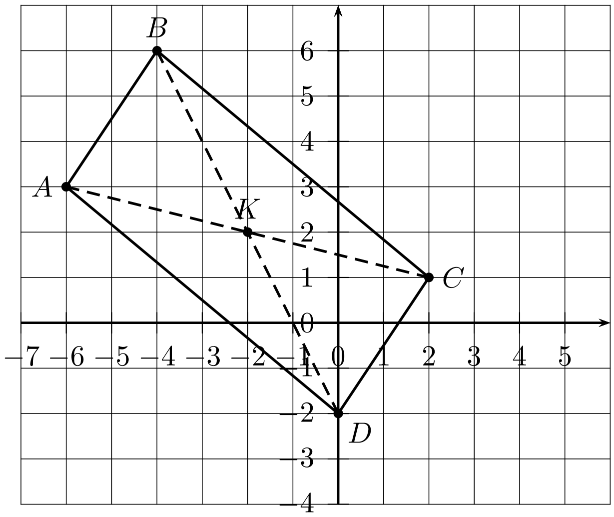
1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
2. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

Exercice 6 (2 points)
Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1;2)$ et de rayon 5. M est le point de coordonnées $(-2;6)$.

1. Calculer la distance AM.
   $AM = \sqrt{x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (6-2)^2}$
   $\boxed{AM = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.}$
2. M appartient-il au cercle $\mathscr{C}$? Justifier.
   $\boxed{\text{Comme la distance } AM \text{ est égale au rayon du cercle, } M \in \mathscr{C}.}$

Exercice 7 (4 points)

1. Placer dans un repère du plan les points $A(-6;3)$, $B(-4;6)$ et $C(2;1)$.



2. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[AC]$. Placer K.
   $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-6+2}{2} = -2.$ $\qquad y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2.$
   $\boxed{\text{Le milieu de } [AC] \text{ est le point } K(-2,2).}$
3. Soit D le symétrique de B par la symétrie de centre K. Calculer les coordonnées de D. Placer le point D.
   K est le milieu de $[BD]$. Donc
   $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2}$, soit $-2 = \dfrac{-4 + x_D}{2}$, $x_D - 4 = -4$, et $x_D = 0$.
   $y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2}$, soit $2 = \dfrac{6 + y_D}{2}$, $y_D + 6 = 4$, et $y_D = -2$.
   $\boxed{\text{Ainsi } D(0;-2).}$
4. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.
   On sait que K est le milieu de $[AC]$ et aussi le milieu de $[BD]$.
   $\boxed{\text{Le quadrilatère } ABCD \text{ a ses diagonales qui ont le même milieu, donc } ABCD \text{ est un parallélogramme.}}$