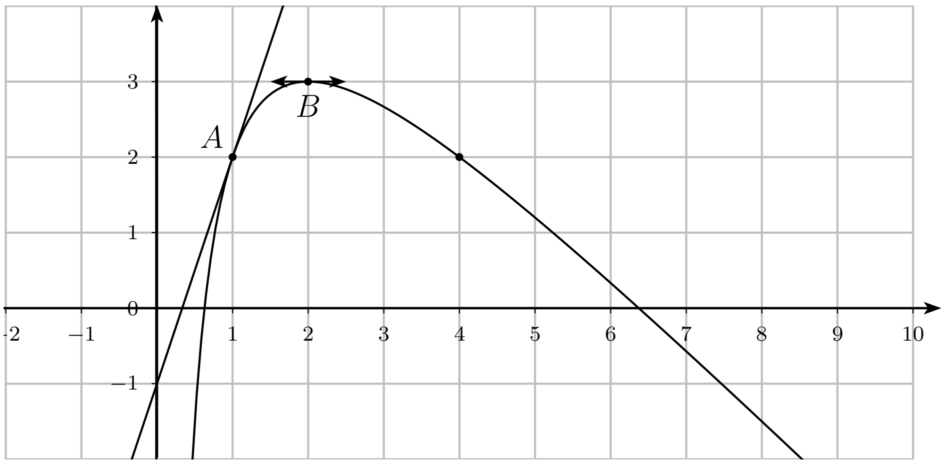
Devoir maison n° 8
Pour le jeudi 07 février 2019

Exercice 1

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$. On a tracé les tangentes à la courbe de f aux points A et B.



1. Lire graphiquement $f(1)$ et $f(2)$.
2. Déterminer deux nombres dérivés de f à l'aide du graphique. Justifier.
3. On admet désormais que pour tout $x > 0$, $f(x) = -x + 7 - \dfrac{4}{x}$.
   (a) Justifier que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{(2-x)(2+x)}{x^2}$.
   (b) Retrouver par le calcul les résultats de la question 2.
   (c) Vérifier que $f'(4) = -\dfrac{3}{4}$, et tracer la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 4.

Exercice 2

Soit f la fonction dérivable définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 1$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer une expression de $f'(x)$ pour tout x dans $\mathbb{R}$.
2. Montrer que la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est la droite d'équation $y = 2x + 2$.
3. Pour tout nombre réel a, on note T_a la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a.
   (a) Déterminer a pour que T_a soit parallèle à la droite (d) d'équation
   $$y = -4x + 1.$$
   (b) Justifier que pour tout $a \in \mathbb{R}$, la tangente T_a a pour équation
   $$y = (-2a + 4)x + a^2 + 1.$$
   (c) En déduire qu'il existe 2 tangentes à $\mathscr{C}$ passant par le point $K(3; 8)$.
   (d) Pour chacune de ces tangentes, donner une équation et les coordonnées du point de contact avec la courbe.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x}$.

1. Calculer l'expression de $f'(x)$ pour tout $x > 0$.
2. f est-elle dérivable en 0 ? Si oui donner son nombre dérivé en 0. Justifier.
3. Vrai-Faux. Justifier si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
   (a) « La tangente au point d'abscisse 1 passe par $B(3; 4)$ »
   (b) « Il existe au moins une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 5$ »