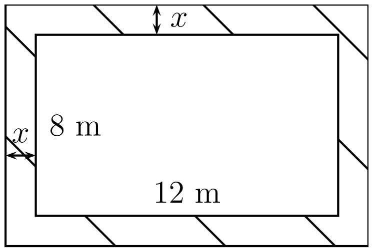
Problèmes avec mise en équation

Exercice 1

On souhaite aménager les bords d'une piscine rectangulaire en posant un dallage en pierres tout autour. Les dimensions de la piscine sont 12 m et 8 m.
On note x la largeur (en m) du chemin que forme le dallage autour de la piscine.

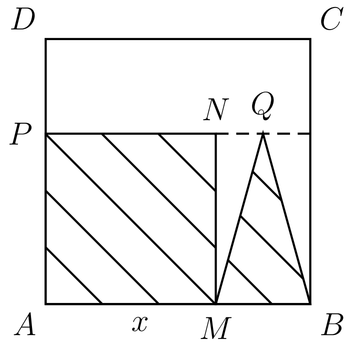


1. On note $A(x)$ l'aire du dallage exprimée en fonction de x. Montrer que $A(x) = 4x^2 + 40x$.
2. On dispose de 69 m^2 de pierres pour construire le dallage. On cherche la largeur du dallage en supposant que l'on utilise tout.
   (a) À l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de géométrie dynamique, émettre une conjecture quand aux solutions du problème, et si possible proposer une solution approchée.
   (b) Montrer que $A(x) - 69 = 4\left[(x+5)^2 - \dfrac{169}{4}\right]$.
   (c) En déduire la résolution de l'équation $A(x) = 69$, et déterminer la largeur du dallage.

Exercice 2

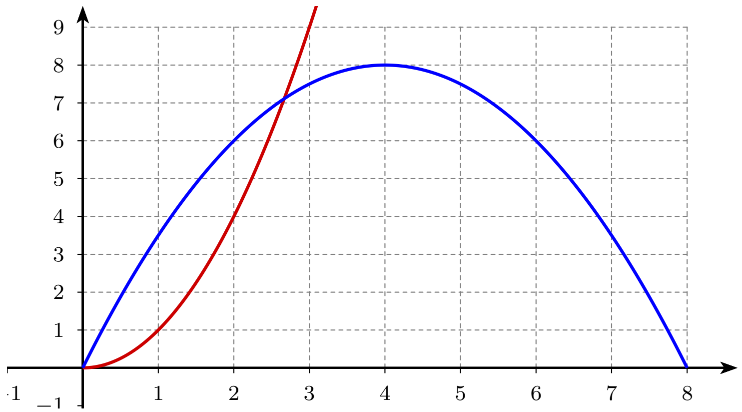
L'unité de longueur est le cm, l'unité d'aire est le cm^2.
$ABCD$ est un carré de côté 8.
M est un point mobile du segment $[AB]$, distinct de A et de B.
On construit dans le carré $ABCD$:
— le carré $AMNP$,
— le triangle isocèle MQB de base $[MB]$ et dont la hauteur issue de Q a même mesure que le côté $[AM]$ du carré.

On pose $AM = x$.



On cherche s'il est possible que le carré $AMNP$ et le triangle MBQ aient la même aire.

1. À quel intervalle I appartient x ?
2. Exprimer l'aire du carré $AMNB$, que l'on note $f(x)$.
3. Montrer que l'aire du triangle MQB est $g(x) = -0,5x^2 + 4x$.
4. On a tracé sur l'intervalle $[0;8]$ les courbes des fonctions f et g définies par $f(x) = x^2$ et $g(x) = -0,5x^2 + 4x$.
   Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.



5. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$, comparer avec la réponse de la question 4. puis conclure.