

## Correction du devoir maison n° 2

### Exercice 1

1. (a) Équation  $3m^2 + 7m - 6 = 0$ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 + 72 = 121 = 11^2.$$

$\Delta > 0$ , donc l'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 11}{6} = -3. \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 11}{6} = \frac{2}{3}.$$

Les solutions sont  $-3$  et  $\frac{2}{3}$ .

(b) Signe de  $3m^2 + 7m - 6 = 0$ .

Le trinôme  $3m^2 + 7m - 6$  a pour racines  $-3$  et  $\frac{2}{3}$ .

Il prend le signe de  $a$  ( $a = 3 > 0$ ) à l'extérieur des racines.

$m$	$-\infty$	$-3$	$2/3$	$+\infty$	
$3m^2 + 7m - 6$	+	0	-	0	+

2. Valeur de  $m$  pour que  $(E)$  ne soit pas du second degré.

$(E)$  n'est pas une équation du second degré si et seulement si le coefficient de  $x^2$  est nul, c'est à dire  $m - 1 = 0$ , c'est à dire  $m = 1$ .

$(E)$  s'écrit alors  $-4x - 5 = 0$  c'est à dire  $x = -\frac{5}{4}$ .

Donc, si  $m = 1$ , l'équation  $(E)$  a une solution :  $-\frac{5}{4}$ .

3. (a)  $-1$  est solution de  $(E)$  si et seulement si

$$(m - 1) \times (-1)^2 - 4m \times (-1) + m - 6 = 0$$

$$m - 1 + 4m + m - 6 = 0, \text{ soit } 6m - 7 = 0, \text{ et } m = \frac{7}{6}.$$

$-1$  est racine de  $(E)$  si et seulement si  $m = \frac{7}{6}$ .

(b)  $m$  pour que  $(E)$  ait une solution double.

$(E)$  a pour discriminant :

$$\Delta = (4m)^2 - 4(m - 1)(m - 6) = 16m^2 - 4(m^2 - 7m + 6).$$

$$\Delta = 16m^2 - 4m^2 + 28m - 24 = 12m^2 + 28m - 24.$$

$$\Delta = 4(3m^2 + 7m - 6).$$

Or on sait que  $(E)$  admet une racine double si et seulement si elle est du second degré ( $m \neq 1$ ) avec  $\Delta = 0$ , c'est à dire  $m \neq 1$  et  $3m^2 - 7m - 6 = 0$ .

D'après la question 1)a) :

$(E)$  admet une racine double ssi  $m = -3$  ou  $m = \frac{2}{3}$ .

(c)  $(E)$  n'admet pas de solution réelle si et seulement si elle est du second degré avec  $\Delta < 0$ , c'est à dire  $3m^2 - 7m - 6 < 0$  et  $m \neq 1$ .  
D'après la question 1)b) :

$(E)$  n'admet pas de racine réelle ssi  $m$  appartient à  $] -3; \frac{2}{3} [$ .

On vérifie que sur cet intervalle  $m \neq 1$ .

(d)  $(E)$  admet deux racines réelles distinctes si et seulement si elle est du second degré avec  $\Delta > 0$ .

Cela revient à  $m \neq 1$  et  $3m^2 - 7m - 6 > 0$ .

D'après la question 1)b) :

$$3m^2 - 7m - 6 > 0 \text{ ssi } m \in ] -\infty; -3[ \cup ] \frac{2}{3}; +\infty [.$$

Or,  $1$  appartient à cette réunion d'intervalles.

$(E)$  admet deux racines réelles distinctes si et seulement si  $m$  appartient à  $] -\infty; -3[ \cup ] \frac{2}{3}; 1[ \cup ] 1; +\infty [$ .

### Exercice 2

Deux entiers naturels ont pour différence 7 et la différence entre leur produit et leur somme est égale à 43. Quels sont-ils ?

Soient  $x$  et  $y$  de tels nombres,  $x$  étant le plus grand.

On a  $x - y = 7$ , et  $xy - (x + y) = 43$ .

On a alors  $y = x - 7$ , et en remplaçant dans la 2<sup>e</sup> équation :

$$x(x - 7) - (x + x - 7) = 43$$

$$x^2 - 7x - 2x + 7 = 43$$

$$x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 + 4 \times 36 = 225 = 15^2 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 15}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 15}{2} = 12$$

On exclut  $x = -3$  car on cherche des entiers naturels.

Il reste  $x = 12$ , alors  $y = x - 7 = 12 - 7 = 5$ .

Vérifions que 12 et 5 répondent au problème :

$$12 - 5 = 7 \text{ et } 12 \times 5 - (12 + 5) = 60 - 17 = 43.$$

Les nombres cherchés sont 12 et 5.