Contrôle de mathématiques n° 1
Correction du sujet 1

Exercice 1 (4 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $-2x+5=-4x$

   $-2x+5=-4x$ ssi $5=-2x$ ssi $x=-\frac{5}{2}$ $\boxed{S=\left\{-\frac{5}{2}\right\}}$.

2. $6x+1=-\frac{11}{3}-x$.

   $6x+1=-\frac{11}{3}-x$ ssi $7x=-\frac{11}{3}-1$ ssi $7x=\frac{-11-3}{3}$, ssi $7x=-\frac{14}{3}$, ssi $x=\frac{-2\times 7}{3\times 7}$, $x=-\frac{2}{3}$. $\boxed{S=\left\{-\frac{2}{3}\right\}}$.

3. $-4x+1<2x+7$.

   $-4x+1<2x+7$ ssi $-6x<6$. En divisant par $-6<0$, on change le sens de l'inégalité. Donc $x>-1$, $\boxed{S=]-1;+\infty[.}$

4. $\frac{x-5}{6}>3x+\frac{1}{2}$.

   En multipliant par 6>0 membre à membre, le sens est conservé.

   Donc $x-5>18x+3$, puis $17x<-8$, et enfin $x<-\frac{8}{17}$. $\boxed{S=\left]-\infty;-\frac{8}{17}\right[}$

Exercice 2 (4 points)

1. Montrer que le nombre $\frac{2}{3}+\frac{29}{6}$ est un nombre décimal.

   $\frac{2}{3}+\frac{29}{6}=\frac{4}{6}+\frac{29}{6}=\frac{33}{6}=\frac{3\times 11}{3\times 2}=\frac{11}{2}=\frac{55}{10^1}$. $\boxed{\text{Donc c'est un nombre décimal.}}$

2. Le nombre $(3-\sqrt{13})\times(3+\sqrt{13})$ est-il un entier ? Justifier.

   $(3-\sqrt{13})\times(3+\sqrt{13})=3^2-\sqrt{13}^2=9-13=-4\in\mathbb{Z}$.

   $\boxed{\text{C'est bien un entier relatif.}}$

3. Donner un exemple de nombre décimal mais pas entier compris entre -3 et 0.

   $\boxed{\text{Le nombre } -1,7 \text{ convient.}}$

4. Donner un exemple de nombre irrationnel appartenant à l'intervalle $[4;5]$. Aucune justification n'est attendue. $\boxed{\text{Le nombre } \pi+1 \text{ convient.}}$

Exercice 3 (2 points)

En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a=\frac{-3}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{11}{2}$

   $\boxed{a=\frac{-3}{5}+\frac{2\times 2\times 11}{5\times 2}=\frac{-3}{5}+\frac{22}{5}=\frac{-3+22}{5}=\frac{19}{5}.}$

2. $b=\left(6-\frac{4}{5}\right)\div\frac{13}{25}$.

   $\boxed{b=\left(\frac{30}{5}-\frac{4}{5}\right)\times\frac{25}{13}=\frac{26}{5}\times\frac{25}{13}=\frac{13\times 2\times 5\times 5}{5\times 13}=10}$

Exercice 4 (1 point)

Donner l'arrondi à 10^{-3} et un encadrement d'amplitude 10^{-5} de $\sqrt{19}$.

Avec la calculatrice, $\sqrt{19}\approx 4,358\,898\,944$.

L'arrondi à 10^{-3} près de $\sqrt{19}$ est $4,359$.
Un encadrement d'amplitude 10^{-5} est $4,358\,89<\sqrt{19}<4,358\,90$.

Exercice 5 (2 points)

Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$-7\leqslant x\leqslant 1$	$[-7;1]$
$x>-1$	$]-1;+\infty[$
$x<0$ ou $x\geqslant 4$	$]-\infty;0[\cup[4;+\infty[$

Exercice 6 (1 point)

On considère les intervalles $I=[6;10]$ et $J=]-\infty;7[$.

Donner $I\cap J$ et $I\cup J$. $\boxed{I\cap J=[6;7[\text{ et } I\cup J=]-\infty;10].}$

Exercice 7 (3 points)

On ajoute un même nombre au numérateur et au dénominateur de $\frac{1}{3}$ et l'on obtient 2. Quel est ce nombre ?

Soit x ce nombre.

$\frac{1+x}{3+x}=2$ donc, par produit en croix, $1+x=2(3+x)$, soit $1+x=2x+6$, et $x=-5$.

$\boxed{\text{Le nombre cherché est } -5.}$

Exercice 8 (3 points)

Une piscine propose deux tarifs :

— Tarif A : chaque entrée coûte 4,3 euros.

— Tarif B : on paie un abonnement annuel 16 euros et chaque entrée coûte alors 3,5 euros.

À partir de combien d'entrées est-il plus avantageux de prendre un abonnement annuel ? Justifier.

Soit x le nombre d'entrées.

L'abonnement est moins cher ssi $16+3,5x\leqslant 4,3x$, soit $(4,3-3,5)x\geqslant 16$, $0,8x\geqslant 16$, et $x\geqslant\frac{16}{0,8}$, $x\geqslant 20$.

$\boxed{\text{L'abonnement est plus intéressant à partir de 20 entrées dans l'année.}}$

Contrôle n° 1. Correction du sujet 2

Exercice 9 (4 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $1-x=7x+4$.

   $1-x=7x+4$ ssi $-3=8x$ ssi $x=-\dfrac{3}{8}$. $\boxed{S=\left\{-\dfrac{3}{8}\right\}}$

2. $x+7=\dfrac{5}{2}-x$.

   $x+7=\dfrac{5}{2}-x$ ssi $2x=\dfrac{5}{2}-\dfrac{14}{2}$ ssi $2x=-\dfrac{9}{2}$ ssi $x=-\dfrac{9}{2}\times\dfrac{1}{2}=-\dfrac{9}{4}$. $\boxed{S=\left\{-\dfrac{9}{4}\right\}}$

3. $-4x+1>2x+7$

   $-4x+1>2x+7$ ssi $-6x>6$. En divisant par $-6<0$, on change le sens de l'inégalité. Donc $x<-1$ $\boxed{S=]-\infty;-1[.}$

4. $\dfrac{2x+3}{6}>x-\dfrac{1}{2}$

   En multipliant par 6>0 membre à membre, le sens est conservé.

   Donc $2x+3>6x-3$, puis $4x<6$, et enfin $x<\dfrac{3}{2}$. $\boxed{S=\left]-\infty;\dfrac{3}{2}\right[.}$

Exercice 10 (4 points)

1. Montrer que le nombre $\dfrac{61}{6}-\dfrac{2}{3}$ est un nombre décimal.

   $\dfrac{61}{6}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{61}{6}-\dfrac{4}{6}=\dfrac{57}{6}=\dfrac{3\times19}{3\times2}=\dfrac{19}{2}=\dfrac{95}{10^1}$. $\boxed{\text{C'est donc un nombre décimal.}}$

2. Le nombre $(6-\sqrt{11})\times(6+\sqrt{11})$ est-il un nombre entier ? Justifier.

   $(6-\sqrt{11})\times(6+\sqrt{11})=6^2-\sqrt{11}^2=36-11=25\in\mathbb{N}$.

   $\boxed{\text{C'est un nombre entier naturel.}}$

3. Donner un exemple de nombre décimal mais pas entier compris entre -1 et 1.

   $\boxed{\text{Le nombre 0,27 convient.}}$

4. Donner un exemple de nombre irrationnel appartenant à l'intevalle $[2;3]$. Aucune justification n'est attendue. $\boxed{\pi-1 \text{ convient, } \sqrt{5} \text{ aussi.}}$

Exercice 11 (2 points)

En détaillant soigneusement les calculs, mettre les nombres suivants sous forme de fraction irréductible.

1. $a=\dfrac{5}{3}+\dfrac{11}{3}\times\dfrac{6}{7}$.

   $$\boxed{a=\frac{5}{3}+\frac{11}{3}\times\frac{6}{7}=\frac{5}{3}+\frac{11\times3\times2}{3\times7}=\frac{5}{3}+\frac{22}{7}=\frac{35+66}{3\times7}=\frac{101}{21}.}$$

2. $b=\left(8+\dfrac{4}{5}\right)\div\dfrac{11}{25}$.

   $$\boxed{b=\left(8+\frac{4}{5}\right)\times\frac{25}{11}=\frac{40+4}{5}\times\frac{25}{11}=\frac{44}{5}\times\frac{25}{11}=\frac{4\times11\times5\times5}{5\times11}=20.}$$

Exercice 12 (1 point)

Donner l'arrondi à 10^{-3} et un encadrement d'amplitude 10^{-5} de $\sqrt{11}$.

Avec la calculatrice, $\sqrt{11}\approx3,316\,624\,79$.

> L'arrondi à 10^{-3} près de $\sqrt{11}$ est $3,317$.
> Un encadrement d'amplitude 10^{-5} est $3,316\,62<\sqrt{11}<3,316\,63$.

Exercice 13 (2 points)

Compléter le tableau suivant. Aucune justification n'est demandée.

Inégalité	Intervalle ou réunion d'intervalles
$3<x\leqslant8$	$]-3;8]$
$x\geqslant-2$	$[-2;+\infty[$
$-1\leqslant x\leqslant3$ ou $x>5$	$[-1;3]\cup]5;+\infty[$

Exercice 14 (1 point)

On considère les intervalles $I=[0;9]$ et $J=]-\infty;5[$.

Donner $I\cap J$ et $I\cup J$. $\boxed{I\cap J=[0;5[, \text{ et } I\cup J=]-\infty;9].}$

Exercice 15 (3 points)

On obtient le double de $\dfrac{2}{3}$ en ajoutant un même nombre au numérateur et au dénominateur de $\dfrac{2}{3}$. Quel est ce nombre ? Justifier.

Soit x ce nombre.

$\dfrac{2+x}{3+x}=2\times\dfrac{2}{3}$, soit $\dfrac{2+x}{3+x}=\dfrac{4}{3}$.

Par produit en croix, $3(2+x)=4(3+x)$, soit $6+3x=12+4x$, et $x=-6$.

Vérification : $\dfrac{2-6}{3-6}=\dfrac{-4}{-3}=\dfrac{4}{3}=2\times\dfrac{2}{3}$. $\boxed{\text{Le nombre cherché est } -6.}$

Exercice 16 (3 points)

Un photographe propose deux tarifs pour des tirages papier.

Avec la formule A, on paie 0,18 euro le tirage.

Avec la formule B, on paie d'abord un forfait de 15 euros, puis chaque tirage vaut 0,12 euro.

À partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

Notons x le nombre de tirages papiers.

Le forfait est moins cher si $15+0,12x\leqslant0,18x$.

Ainsi, $0,18x-0,12x\geqslant15$, puis $0,06x\geqslant15$, et $x\geqslant\dfrac{15}{0,06}$, soit $x\geqslant250$.

$\boxed{\text{Le forfait est moins cher à partir de 250 tirages papier.}}$