**2de GT1 – mathématiques**
**Correction du travail à distance n°5 pour le mardi 05 mail 2020**

**Exercice 1 (38 page 242)**
Déterminer les variations et le signe des fonctions affines.

1. $f(x) = 2x - 8$.
   Comme $a = 2 > 0$, $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $2x-8$ | $\nearrow$ |

   Pour le signe, on résout l'équation $f(x) = 0$.
   $2x - 8 = 0$ ssi $x = 4$. Comme $a = 2 > 0$, d'après le cours, le tableau de signe de $f$ est

| $x$ | $-\infty$ | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x-8$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

2. $g(x) = -5x - 15$.
   Comme $a = -5 < 0$, $g$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
   $g(x) = 0$ ssi $-5x - 15 = 0$ ssi $x = -3$.
   Comme $a = -5 < 0$, d'après le cours, le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-5x-15$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

3. $h(x) = 4(2 - 3x) = -12x + 8$.
   Comme $a = -12 < 0$, $h$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
   $h(x) = 0$ ssi $-12x + 8 = 0$ ssi $x = \dfrac{2}{3}$.
   Comme $a = -12 < 0$, d'après le cours, le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $2/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-12x+8$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

4. $j(x) = 5x + 3(1 - 9x) = -22x + 3$.
   Comme $a = -22 < 0$, $j$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
   $j(x) = 0$ ssi $-22x + 3 = 0$ ssi $x = \dfrac{3}{22}$.
   Comme $a = -22 < 0$, d'après le cours, le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $3/22$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-22x+3$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

**Exercice 2 (52 page 98)**

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

1. $f(-8,5) < 0$. Vrai car $-8,5 \in ]-\infty; -4[$ et $f(x) < 0$ sur $]-\infty; -4[$.
2. $f(2) > 0$. Faux, car $2 \in ]1; +\infty[$ et $f(x) < 0$ pour tout $x \in ]1; +\infty[$.
3. $f(0) < f(5)$. Faux.
   D'après ce tableau de signe, on peut affirmer que $f(0) > 0$ et $f(5) < 0$. Donc $f(0) > f(5)$.

4. Vrai. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) < 0$ est $]-\infty; -4[\cup]1; +\infty[$.

**Exercice 3 (53 page 98)**

1. $2x - 5 = 0$ ssi $x = \frac{5}{2}$.
   $-x + 1 = 0$ ssi $x = 1$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $5/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-x+1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $(2x-5)(-x+1)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

2. Avec ce tableau, l'ensemble solution de l'inéquation $(2x-5)(-x+1) > 0$ est $]1; 2,5[$.

**Exercice 4 (56 page 98)**

1. $(2x-6)(-x+1) \leqslant 0$.
   Valeurs clés :
   $2x - 6 = 0$ ssi $x = 3$, et $-x + 1$ ssi $x = 1$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-6$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-x+1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $(2x-6)(-x+1)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

   L'ensemble solution de l'inéquation $(2x-6)(-x+1) \leqslant 0$ est $]-\infty; 1] \cup [3; +\infty[$.

2. $(-3x-4)(-x-5) > 0$.
   Valeurs clés :
   $-3x - 4 = 0$ ssi $x = -\frac{4}{3}$ et $-x - 5 = 0$ ssi $x = -5$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $-4/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3x-4$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $-x-5$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $(-3x-4)(-x-5)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

   L'ensemble solution de l'inéquation $(-3x-4)(-x-5) > 0$ est $]-\infty; -5[\cup\left]-\frac{4}{3}; +\infty\right[$.

**Exercice 5 (11 page 94)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{3x+1}{-x-2} \leqslant 0$.

Valeurs clés :

$3x + 1 = 0$ si $x = -\frac{1}{3}$

Et $-x - 2 = 0$ ssi $x = -2$ (valeur interdite pour l'inéquation car elle annule le dénominateur).

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-x-2$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\frac{3x+1}{-x-2}$ | | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

L'ensemble solution de l'inéquation $\frac{3x+1}{-x-2} \leqslant 0$ est $]-\infty; -2[\cup\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$.

**Exercice 6 (12 page 94)**
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{-4x+1}{-x-5} \leqslant 0$.
Valeurs clés :
$-4x+1=0$ si $x=\dfrac{1}{4}$
Et $-x-5=0$ ssi $x=-5$ (valeur interdite pour l'inéquation car elle annule le dénominateur).

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $1/4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-4x+1$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $-x-5$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\dfrac{-4x+1}{-x-5}$ | | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

L'ensemble solution de l'inéquation $\dfrac{-4x+1}{-x-5} \leqslant 0$ est $\left]-5; \dfrac{1}{4}\right]$.

**Exercice 7 (70 page 99)**
Un père de 41 ans a trois enfants âgés de 6, 9 et 16 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?
Soit $x$ le nombre d'année cherché.
$x+41=(6+x)+(9+x)+(16+x)$, soit $x+41=3x+31$ et donc $2x=10$, et $x=5$.
Dans 5 ans, l'âge du père sera égal à la somme des âges de ses trois enfants.

**Exercice 8 (71 page 99)**
Ce trimestre, Laure a obtenu les notes suivantes en SVT. 14 coefficient 3, 17 coeff 2, 18 coeff 1 et 16 coeff 2. Elle souhaite calculer la note à obtenir au dernier contrôle coefficient 2 pour avoir une moyenne de 16.
Notons $x$ cette note.

1. La somme des coefficients est $3+2+1+2+2=10$.
   Sa moyenne est donnée par $m=\dfrac{14\times 3+17\times 2+18+16\times 2+2x}{10}=\dfrac{2x+126}{10}$.
   D'où l'équation $\dfrac{2x+126}{10}=16$.
2. Par "produit en croix", il vient $2x+126=160$, donc $2x=34$, et $x=17$.
   Il lui faut obtenir une note de 17 au dernier contrôle pour avoir 16 de moyenne trimestrielle en SVT.

**Exercice 9 (15 page 95)**
Résoudre $x \leqslant \dfrac{4}{x}$.
$x \leqslant \dfrac{4}{x}$ ssi $x-\dfrac{4}{x} \leqslant 0$ ssi $\dfrac{x^2-4}{x} \leqslant 0$ ssi $\dfrac{(x-2)(x+2)}{x} \leqslant 0$.
Valeurs clés :
$x-2=0$ ssi $x=2$
$x+2=0$ ssi $x=-2$
$x=0$ (valeur interdite pour l'inéquation car elle annule le dénominateur).

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-2$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Ensemble solution : $S=]-\infty;-2]\cup]0;2]$.

**Exercice 10 (16 page 95)**
1. $\dfrac{(x+1)^2}{x} < x$.
   $\dfrac{(x+1)^2}{x} < x$ ssi $\dfrac{(x+1)^2}{x} - x < 0$ ssi $\dfrac{x^2+2x+1-x^2}{x} < 0$ ssi $\dfrac{2x+1}{x} < 0$.

Valeurs clés :
$2x+1=0$ ssi $x=-\dfrac{1}{2}$.
$x=0$ valeur interdite.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1/2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\dfrac{2x+1}{x}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $+$ | |

Ensemble solution : $S=\left]-\dfrac{1}{2};0\right[$.

2. $\dfrac{2}{x-5}-3 \geqslant 0$.
$\dfrac{2}{x-5}-3 \geqslant 0$ ssi $\dfrac{2-3(x-5)}{x-5} \geqslant 0$ ssi $\dfrac{-3x+17}{x-5} \geqslant 0$.
Valeurs clés :
$-3x+17=0$ ssi $x=\dfrac{17}{3}$.
$x-5=0$ ssi $x=5$ (valeur interdite pour l'inéquation).
La plus petite valeur clé est 5 car $\dfrac{17}{3} > \dfrac{15}{3}=5$.

| $x$ | $-\infty$ | | $5$ | | $17/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3x+17$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x-5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{-3x+17}{x-5}$ | | $-$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Ensemble solution : $S=\left]5;\dfrac{17}{3}\right]$