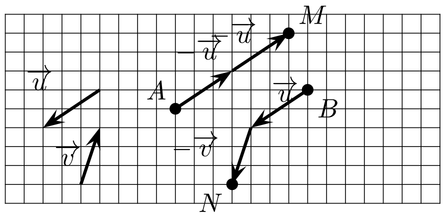
Seconde. Interrogation de mathématiques n° 3
Correction du Sujet 2

Exercice 1 (Questions de cours, 5 points)

1. Compléter à l'aide d'une égalité de vecteurs
   (a) $EFGH$ est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$
   (b) A est l'image de K par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$ ssi $\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{DE}$
2. On se place dans un repère orthonormé du plan.
   Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points.
   (a) Les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$ sont :
   $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ $\quad y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2}$
   (b) La distance AB est donnée par : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
   (c) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

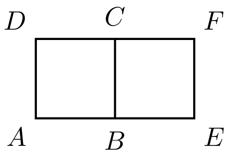
Exercice 2 (2 points)

1. Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{u}$.
2. Construire le point N est tel que $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$.



Exercice 3 (4 points)

$ABCD$ et $BEFC$ sont deux carrés.



1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
2. $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DE}$.
3. $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$.
4. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{FE}$.

Exercice 4 (2 points)

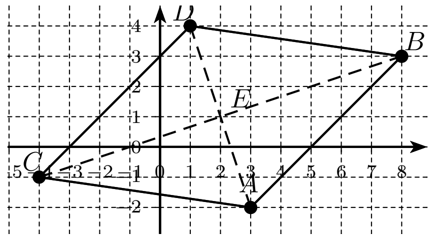
Dans un repère du plan, on considère le point $A(-4; 5)$ et le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{u}$.
$\overrightarrow{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A)$, soit $\overrightarrow{AM}(x_M + 4; y_M - 5)$.
Deux vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées.
Comme $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{u}$, il vient : $\begin{cases} x_M + 4 = 3 \\ y_M - 5 = -3 \end{cases}$, soit $\begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 2 \end{cases}$

$\boxed{\text{Le point cherché est } M(-1; 2).}$

Exercice 5 (7 points)

1. Placer dans un repère orthonormé les points $A(3; -2)$, $B(8; 3)$, $C(-4, -1)$, et $D(1; 4)$.



2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$. Donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8-3 \\ 3+2 \end{pmatrix}$, $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.}$
3. Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme. Justifier.
   $ABDC$ est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
   $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.
   $\boxed{\text{Comme } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD},\ ABDC \text{ est un parallélogramme.}}$
4. Déterminer les coordonnées du centre E de $ABDC$. Placer E.
   Comme $ABDC$ est un parallélogramme, le centre de symétrie est le milieu des diagnales. E est donc le milieu de $[AD]$.
   $x_E = \dfrac{x_A + x_D}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2.$ $\quad y_E = \dfrac{y_A + y_D}{2} = \dfrac{4-2}{2} = 1.$
   $\boxed{\text{Le centre de } ABDC \text{ est } E(2; 1).}$
5. Calculer la longueur AB.
   $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
   $\boxed{AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.}$
6. Montrer que $ABDC$ est un losange. Justifier avec précision.
   Comme $ABDC$ est un parallélogramme, $ABDC$ est un losange ssi il a deux côtés consécutifs de même longueur.
   On sait déjà que $AB = 5\sqrt{2}$.
   $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$.
   $AC = \sqrt{(-7)^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
   Donc $AB = AC$.
   $\boxed{\text{Comme le quadrilatère } ABDC \text{ est un parallélogramme et qu'il a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un losange.}}$