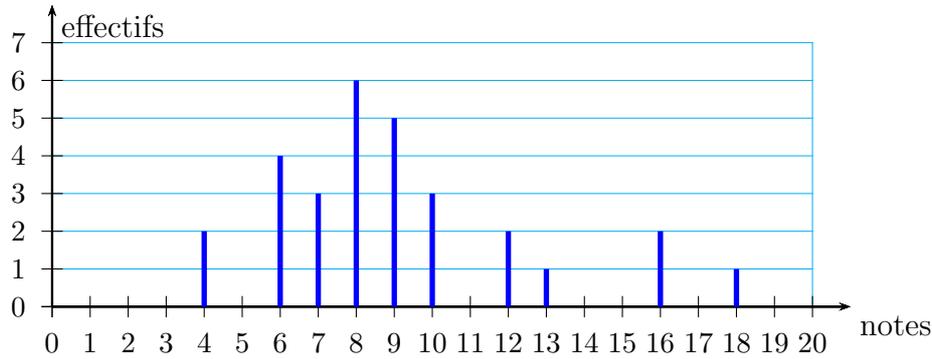


Correction du contrôle de mathématiques n° 3

Exercice 1 (6 points)

Les notes des élèves à un contrôle sont représentées dans le diagramme en bâtons suivant.



1. Compléter le tableau sur la série.

Notes x_i	4	6	7	8	9	10	12	13	16	18
Effectifs n_i	2	4	3	6	5	3	2	1	2	1
Effectifs cumulés croissants	2	6	9	15	20	23	25	26	28	29
Fréquences f_i	$\frac{2}{29}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{3}{29}$	$\frac{6}{29}$	$\frac{5}{29}$	$\frac{3}{29}$	$\frac{2}{29}$	$\frac{1}{29}$	$\frac{2}{29}$	$\frac{1}{29}$

2. Quel est l'effectif total de la classe? Justifier.

$$N = 2 + 4 + 3 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 = 29.$$

L'effectif de la classe est 29.

3. Déterminer la moyenne de la série de notes (arrondir à 10^{-2} près).

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_p n_p}{N} \\ &= \frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + \dots + 16 \times 2 + 18 \times 1}{29} \\ &\approx 9.0689 \end{aligned}$$

En arrondissant à 10^{-2} près, la moyenne est environ 9.07.

4. Déterminer la médiane. Justifier.

L'effectif est $N = 29$ qui est impair, et $N = 2 \times 14 + 1$.

La médiane est la valeur centrale de la série, c'est-à-dire la 15^e valeur.

$Me = 8$.

5. Déterminer le 1er quartile Q_1 , le 3e quartile Q_3 , puis interpréter ces résultats.

$$\frac{N}{4} = \frac{29}{4} = 7.25.$$

Donc, Q_1 est la 8^e valeur : $Q_1 = 7$.

Au moins 25 % des élèves ont une note inférieure ou égale à 7.

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 29}{4} = 21.75.$$

Donc Q_3 est la 22^e valeur : $Q_3 = 10$.

Au moins 75 % des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.

6. Quelle est la fréquence des élèves ayant une note inférieure ou égale à 12 ? Justifier.
 D'après les effectifs cumulés croissants, 25 élèves ont une note inférieure ou égale à 12.
 La fréquence des élèves ayant une note inférieure ou égale à 12 est donc $\frac{25}{29}$.

Pour exprimer ce rapport en pourcentage, on multiplie par 100.

$$\frac{25}{29} \times 100 = 86.2068.$$

Environ 86.21 % des élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 12.

Exercice 2 (4 points)

On considère la série statistique suivante formée de 10 valeurs rangées dans l'ordre croissant.

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur	2	2	4	5	5	7	9	9	16	16

Compléter les valeurs pour que la série ait les propriétés suivantes :

l'étendue est 14, $Q_3 = 9$, l'écart interquartile est 5, la médiane est 6, et la moyenne est la plus grande possible.

Justifier les choix.

L'étendue est 14. $Max - Min = 14$, donc $Max = 14 + 2 = 16$. La 10e valeur est 16.

$\frac{10}{4} = 2,5$, donc Q_1 est la 3e valeur.

$\frac{3 \times 10}{4} = 7,5$, donc Q_3 est la 8e valeur : la 8e valeur est 9.

Comme l'écart interquartile est 5, $Q_1 = 9 - 5 = 4$: la 3e valeur est 4.

La médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales : la 5e et la 6e.

$6 = \frac{x_5 + 7}{2}$, donc $x_5 = 2 \times 6 - 7 = 12 - 7 = 5$.

La 5e valeur est 5.

Enfin, on complète pour rendre la moyenne la plus grande possible.

Exercice 3 (bonus, 1 point)

Voici une série de notes entières de moyenne 12 :

10; 5; 15; 13; 18; 14; 15; 8; 13; 6; 15

Les questions portent toutes sur cette série initiale.

- Supprimer une note pour que la moyenne diminue, mais le moins possible.
 Commençons par ranger les valeurs dans l'ordre croissant : 5,6,8,10,13,13,14,15,15,15,18.
 La moyenne de la série est de 12.
 On supprime donc la note la plus proche de 12 parmi les notes supérieures à 12.

On supprime un 13.

- En modifiant deux notes, peut-on garder la même moyenne et augmenter la médiane de 1 ?

Il suffit de remplacer les deux 13 par 12 et 14.

En effet, comme $12 + 14 = 13 + 13$, cela ne changera pas la moyenne.

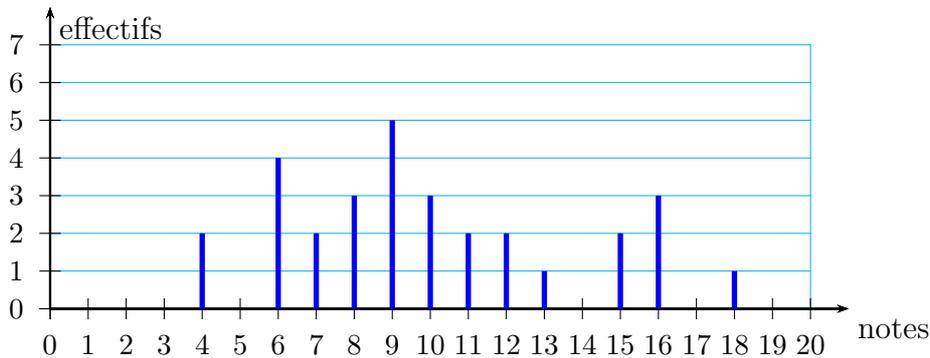
$N = 11 = 2 \times 5 + 1$, impair, la médiane est donc la 6e valeur.

Par contre, on fait augmenter la médiane de 1 en remplaçant la 6e valeur (le 2d 13) par 14.

Réponses du sujet 2

Exercice 4 (6 points)

Les notes des élèves à un contrôle sont représentées dans le diagramme en bâtons suivant.



1. Compléter le tableau sur la série.

Notes x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	18
Effectifs n_i	2	4	2	3	5	3	2	2	1	2	3	1
Effectifs cumulés croissants	2	6	8	11	16	19	21	23	24	26	29	30
Fréquences f_i	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{1}{30}$

2. Quel est l'effectif total de la classe ? Justifier.

$N = 30$, dernier ECC.

3. Déterminer la moyenne de la série de notes (arrondir à 10^{-2} près).

$\bar{x} = 10$.

4. Déterminer la médiane. Justifier.

$Me = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 9$.

5. Déterminer le 1er quartile Q_1 , le 3e quartile Q_3 , puis interpréter ces résultats.

$Q_1 = 7$, $Q_3 = 12$.

6. Quelle est la fréquence des élèves ayant une note inférieure ou égale à 12 ? Justifier.

$f = \frac{23}{30}$.

Exercice 5 (4 points)

On considère la série statistique suivante formée de 10 valeurs rangées dans l'ordre croissant.

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur	2	2	4	7	7	7	8	8	16	16