Terminale STI. Correction du devoir maison n° 1

Exercice 1

Le salaire net de Jeanne est de 1750 euros en janvier 2023. Chaque mois il augmente 7 de euros.
On appelle v_0 le salaire du mois de janvier 2023, v_1 le salaire du mois de février 2023 et pour tout $n \geqslant 0$, v_n le salaire du n^{e} mois après janvier 2023.

1. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. $\boxed{\text{Pour tout } n \geqslant 0,\ v_{n+1} = v_n + 7.}$
2. Nature de la suite. Eléments caractéristiques.
   $\boxed{(v_n) \text{ est la suite arithmétique de } 1^{\text{er}} \text{ terme } v_0 = 1750 \text{ et de raison } 7.}$
3. Exprimer v_n en fonction de n. Justifier.
   $\boxed{\text{Donc pour tout } n \geqslant 0,\ v_n = v_0 + nr = 1750 + 7n.}$
4. À quelle date le salaire de Jeanne dépassera-t-il pour la première fois 2000 euros ?
   $v_n \geqslant 2000$ ssi $1750 + 7n \geqslant 2000$ ssi $n \geqslant \dfrac{250}{7} \approx 35,7$.
   Le plus petit entier n qui convient est 36, ce qui correspond au mois de janvier 2026.
   En effet, $36 = 3 \times 12$.
   $\boxed{\text{Le salaire dépasse pour la première fois 2 000 euros en janvier 2026.}}$
5. Quelle somme totale percevra-t-elle comme salaire de janvier 2023 à décembre 2033 inclus ?
   La période janvier 2023 à décembre 2033 correspond à exactement 11 années, soit $11 \times 12 = 132$ mois.
   Il s'agit donc de calculer la somme des 132 premiers termes de la suite (v_n), de v_0 à v_{131}.
   $v_{131} = v_0 + 131r = 1750 + 131 \times 7 = 2667$.
   $$\begin{aligned} v_0 + v_1 + \cdots + v_{131} &= \frac{v_0 + v_{131}}{2} \times 132 \\ &= \frac{1750 + 2667}{2} \times 132 \\ &= 291\,522 \end{aligned}$$
   $\boxed{\text{Le montant total des salaires accumulés sur la période janvier 2023-décembre 2033 est de 291 522 euros.}}$

Exercice 2

Au début d'une expérience, la masse des bactéries mesurée dans une solution aqueuse est de 3 mg. On estime que la masse de bastéries augmente de 14 % tous les jours. On pose $B_0 = 3$ et on note B_n la masse de bactéries après n jours, en mg.

1. Exprimer B_{n+1} en fonction de B_n.
   $\boxed{\text{Pour tout } n \in \mathbb{N},\ B_{n+1} = B_n + 0,14 \times B_n = 1,14 \times B_n.}$
2. En déduire l'expression de B_n en fonction de n. Justifier.
   Donc (B_n) est la suite géométrique de premier terme $B_0 = 3$ et de raison 1,14.
   $\boxed{\text{Pour tout } n \in \mathbb{N},\ B_n = B_0 \times q^n = 3 \times 1,14^n.}$
3. Déterminer la masse de bactéries présente au bout de 7 jours.
   $B_7 = 3 \times 1,14^7 \approx 7,5$.
   $\boxed{\text{Au bout de 7 jours, la masse des bactéries est d'environ 7,5 mg.}}$
4. On souhaite déterminer le temps nécessaire pour que la masse de bactéries atteigne (ou dépasse) 25 mg.
   (a) Compléter l'algorithme en langage naturel qui renvoie le plus petit nombre de jours à partir duquel la masse des bactéries devient supérieure ou égale à 25 mg.
   $n \leftarrow 0$
   $B \leftarrow 3$
   `Tant que` $B < 25$
   $\quad n \leftarrow n + 1$
   $\quad B \leftarrow B \times 1,14$
   `Fin Tant que`
   `Afficher` n

   (b) Compléter la fonction Python (sans argument) associée à cet algorithme.
```
def seuil():
    n=0
    B=3
    while B<25 :
        n=n+1
        B=B*1.14
    return(n)
```

Pour information, on obtient $n = 17$. La masse de bactéries devient supérieure ou égale à 25 mg au bout de 17 jours.