

Interrogation de mathématiques n° 4
Sujet 1

Exercice 1 (5 points)

Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. La droite d'équation $2x - 5y + 1 = 0$ passe par le point $E(\dots; 3)$.
2. La droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 5$ admet pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$.
3. On donne $A(6; -1)$, $B(2; 3)$.
 - (a) Le coefficient directeur de la droite (AB) est ...
 - (b) La droite parallèle à l'axe des ordonnées et passant par A a pour équation réduite
4. La droite parallèle à la droite d'équation $5x - y + 2 = 0$ et passant par $F(0; -4)$ a pour équation ...

Exercice 2 (9 points)

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$.

On considère les points $A(-2; 4)$, $B(2; 2)$, $C(-5; 0)$ et le point D tel que $\vec{CD} = 2\vec{AB}$.

1. (a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier votre réponse.
(b) Calculer les coordonnées du point D .
2. (a) Soit \mathcal{D} la droite d'équation $6x + y - 14 = 0$.
Vérifier que B et D appartiennent à \mathcal{D} .
(b) Déterminer une équation de la droite (AC) .
(c) Montrer que (AC) et (BD) sont sécantes.
(d) Calculer les coordonnées du point d'intersection E de (AC) et (BD) .
3. (a) Calculer les coordonnées du point K , milieu de $[AB]$ et du point L , milieu de $[CD]$.
(b) Montrer que les points E , K et L sont alignés.

Exercice 3 (6 points, +2 bonus)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Les points E , F et G sont définis par :

$$\vec{DE} = 2\vec{AD}, \vec{CF} = \frac{3}{2}\vec{CD}, \text{ et } 3\vec{GD} + \vec{GC} = \vec{0}.$$

1. Montrer que $\vec{DG} = \frac{1}{4}\vec{DC}$.
2. Faire une figure, et placer les points E , F et G .
3. Montrer que $\vec{FE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AD}$.
4. Exprimer \vec{AG} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .
5. En déduire que les droites (EF) et (AG) sont parallèles.
6. **Question bonus :**
Soit m un nombre réel, et L le point défini par $\vec{AL} = m\vec{AG}$.
Déterminer la valeur de m pour que les points E , L et B soient alignés.

Interrogation de mathématiques n° 4
Sujet 2

Exercice 4 (5 points)

Compléter sur l'énoncé. Aucune justification n'est attendue.

1. La droite d'équation $x + 6y + 1 = 0$ passe par le point $E(5; \dots)$.
2. La droite d'équation $6x - 11y + 3 = 0$ admet pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$.
3. On donne $A(-3; 2)$, $B(1; 4)$.
 - (a) Le coefficient directeur de la droite (AB) est ...
 - (b) La droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par A a pour équation réduite
4. La droite parallèle à la droite d'équation $y = -x + 2$ et passant par $F(0; -4)$ a pour équation ...

Exercice 5 (9 points)

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$.

On considère les points $A(-3; 2)$, $B(1; 4)$, $C(-2; -1)$ et le point D tel que $\vec{CD} = 2\vec{AB}$.

1. (a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier votre réponse.
(b) Calculer les coordonnées du point D .
2. (a) Soit \mathcal{D} la droite d'équation $x + 5y - 21 = 0$.
Vérifier que B et D appartiennent à \mathcal{D} .
(b) Déterminer une équation de la droite (AC) .
(c) Montrer que (AC) et (BD) sont sécantes.
(d) Calculer les coordonnées du point d'intersection E de (AC) et (BD) .
3. (a) Calculer les coordonnées du point K , milieu de $[AB]$ et du point L , milieu de $[CD]$.
(b) Montrer que les points E , K et L sont alignés.

Exercice 6 (6 points, +2 bonus)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Les points E , F et G sont définis par :

$$\vec{DE} = 2\vec{AD}, \vec{CF} = \frac{3}{2}\vec{CD}, \text{ et } 3\vec{GD} + \vec{GC} = \vec{0}.$$

1. Montrer que $\vec{DG} = \frac{1}{4}\vec{DC}$.
2. Faire une figure, et placer les points E , F et G .
3. Montrer que $\vec{FE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AD}$.
4. Exprimer \vec{AG} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .
5. En déduire que les droites (EF) et (AG) sont parallèles.
6. **Question bonus :**
Soit m un nombre réel, et L le point défini par $\vec{AL} = m\vec{AG}$.
Déterminer la valeur de m pour que les points E , L et B soient alignés.