

NOM :
Prénom :

Interrogation n° 7
Sujet 1

Exercice 1 (11 points)

1. Compléter :

(a) Soit (u_n) est une suite **arithmétique** de raison r et de premier terme u_1 .

Pour tout $n \geq 1$, $u_n = \dots$

(b) Donner une formule de la somme des termes consécutifs d'une suite

géométrique de raison différente de 0 et de 1.

.....
.....
.....

2. Soit (V_n) la suite arithmétique de premier terme $V_0 = 3$ et de raison 6.

(a) Calculer V_{20} .

(b) Calculer $S_{20} = V_0 + V_1 + \dots + V_{20}$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$.

(a) Exprimer en fonction de n , $T_n = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$,
et en déduire que la suite (T_n) est majorée par 3.

(b) Déterminer le plus petit entier n tel que $T_n \geq 2,9999$.
Justifier.

Exercice 2 (9 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1000$ et pour tout $n \geq 0$,
 $u_{n+1} = 0,9u_n + 90$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. On considère la suite (V_n) définie pour tout $n \geq 0$ par

$$V_n = u_n - 900$$

(a) Calculer V_0 et V_1 .

(b) Montrer que pour tout entier n , $V_{n+1} = 0,9V_n$.

En déduire la nature de (V_n) .

(c) Exprimer V_n en fonction de n .

3. En déduire que pour tout $n \geq 0$, $u_n = 100 \times (0,9)^n + 900$.

4. Bonus

Soit $n \geq 0$. Déterminer l'expression en fonction de n de

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k.$$

Exercice 3 (Bonus, 3 points)

Le directeur sportif d'un club de football professionnel souhaite recruter un joueur pour la saison à venir. Il recherche un attaquant qui marque au moins un but par match 7 fois sur 10.

Il rencontre un agent de joueur qui lui propose Diego dont il gère la carrière.

Lors de la saison précédente, Diego, qui se trouvait dans un autre club, a marqué au moins un but dans 20 matchs sur les 38 matchs joués.

On fait l'hypothèse qu'il marque au moins un but par match 7 fois sur 10. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de matchs où il marque au moins un but dans une saison, soit 38 matchs joués. On admet que les performances sont indépendantes d'un match à l'autre.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

2. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % des fréquences associées.

3. Au regard des résultats de Diego la saison précédente, quelle sera la décision du directeur sportif?

4. Si l'on propose au directeur sportif un attaquant ayant marqué au moins un but lors de 23 matchs sur 40 joués, prendra-t-il la même décision?

NOM :
Prénom :

Interrogation n° 7
Sujet 2

Exercice 4 (11 points)

1. Compléter :

- (a) Soit (u_n) est une suite **géométrique** de raison q et de premier terme u_0 .
Pour tout $n \geq 0$, $u_n = \dots$
- (b) Donner une formule de la somme des termes consécutifs d'une suite **arithmétique**.

.....
.....
.....

2. Soit (V_n) la suite arithmétique de premier terme $V_0 = 4$ et de raison 5.

- (a) Calculer V_{20} .
- (b) Calculer $S_{20} = V_0 + V_1 + \dots + V_{20}$.

3. Soit un entier $n \geq 1$.

- (a) Exprimer en fonction de n , $T_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$,
et en déduire que la suite (T_n) est majorée par 1.
- (b) Déterminer le plus petit entier n tel que $T_n \geq 0,9999$.
Justifier.

Exercice 5 (9 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2000$ et pour tout $n \geq 0$,
 $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.

- 1. Calculer u_1 et u_2 .
- 2. On considère la suite (V_n) définie pour tout $n \geq 0$ par
 $V_n = u_n - 250$

- (a) Calculer V_0 et V_1 .
 - (b) Montrer que pour tout entier n , $V_{n+1} = 0,8V_n$.
En déduire la nature de (V_n) .
 - (c) Exprimer V_n en fonction de n .
3. En déduire que pour tout $n \geq 0$, $u_n = 1750 \times (0,8)^n + 250$.

4. Bonus
Soit $n \geq 0$.

Déterminer l'expression en fonction de n de $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

Exercice 6 (bonus, 3 points)

Le directeur sportif d'un club de football professionnel souhaite recruter un joueur pour la saison à venir. Il recherche un attaquant qui marque au moins un but par match 6 fois sur 10.

Il rencontre un agent de joueur qui lui propose Diego dont il gère la carrière.

Lors de la saison précédente, Diego, qui se trouvait dans un autre club, a marqué au moins un but dans 16 matchs sur 38 joués.

On fait l'hypothèse qu'il marque au moins un but par match 6 fois sur 10. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de matchs où il marque au moins un but dans une saison, soit 38 matchs joués. On admet que les performances sont indépendantes d'un match à l'autre.

- 1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- 2. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % des fréquences associées.
- 3. Au regard des résultats de Diego la saison précédente, quelle pourra être la décision du directeur sportif?
- 4. Si l'on propose au directeur sportif un attaquant ayant marqué au moins un but lors de 19 matchs sur 40 joués, prendra-t-il la même décision?