NOM : Jeudi 24 janvier 2019
Prénom :

Interrogation n° 5
Sujet 1

Exercice 1 (6 points)

La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants (arrondis au gramme) :

Poids x_i	300	303	307	308	309	310	311	312	313	314	315	317	318	319
Effectifs n_i	1	1	1	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1
ECC														

1. Compléter les effectifs cumulés croissants de la série dans le tableau.
2. Déterminer la médiane et les quartiles de la série. Justifier.
3. Rappeler les formules permettant de calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique, puis, en utilisant le menu statistique de la calculatrice, donner la moyenne m et l'écart type s de la série (aucun détail de calcul n'est demandé).
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
   "Au moins 80 % des poids sont dans l'intervalle $[m - s; m + s]$".

Exercice 2 (4 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Soit (V_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $V_n = 8 - n^2$.
   (a) Calculer V_0, V_1 et V_2.
   (b) Étudier les variations de (V_n).
2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - n^2 + 3$.
   (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Étudier les variations de (u_n).

Exercice 3 (4 points)

On considère la suite (A_n) définie par $A_0 = 1$ et pour tout entier $n \geqslant 0$, $A_{n+1} = \dfrac{1}{3}A_n + 4$.

1. Calculer A_1 et A_2 (rédiger les calculs).
2. Compléter l'algorithme suivant qui renvoie A_n pour un entier $n \geqslant 1$ donné en entrée, puis donner une valeur approchée de A_8 arrondie à 10^{-4} près.
   ```
   Entrer N
   A prend la valeur ...
   Pour K allant de ... à N
   ...prend la valeur ...
   Fin Pour
   Afficher A
   ```
   On obtient $A_8 \approx \dots$
3. On admet que la suite (A_n) converge vers 6.
   (a) Écrire un algorithme qui renvoie le plus petit entier n_0 tel que $|A_{n_0} - 6| < 10^{-7}$.
   (b) Programmer l'algorithme à la calculatrice et indiquer la valeur de n_0.

Exercice 4 (3,5 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{7n-1}{n+2}$.

1. Montrer que la suite (u_n) est croissante.
2. Justifier qu'elle est majorée par 7.
3. En déduire que (u_n) est bornée et donner un encadrement de u_n valable pour tout entier n.

Exercice 5 (1,5 point)

Pour tout $n \geqslant 1$, on pose $T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$.

1. Écrire un algorithme qui calcule et renvoie T_n pour n donné en entrée.
2. Le programmer et donner la valeur de T_{20} arrondie à 10^{-2}.

Exercice 6 (1 point)

Donner un exemple de suite décroissante et bornée (la suite pourra être définie par son terme général ou par récurrence). Aucune justification n'est attendue.

Exercice 7 (bonus 1,5 point)

On considère la série statistique formée des valeurs entières suivantes :

$$6, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17$$

En remplaçant une valeur par une autre valeur entière, on souhaite rendre l'écart-type le plus petit possible. Quelle modification faut-il faire ?

NOM : Jeudi 24 janvier 2019
Prénom :

Interrogation n° 5
Sujet 2

Exercice 8 (6 points)

La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants (arrondis au gramme) :

Poids x_i	300	303	307	308	309	310	311	312	313	314	316	317	318	319
Effectifs n_i	1	1	1	2	2	1	3	2	1	1	2	1	1	1
ECC														

1. Compléter les effectifs cumulés croissants de la série dans le tableau .
2. Déterminer la médiane et les quartiles de la série. Justifier.
3. Rappeler les formules permettant de calculer la moyenne et l'écart-type d'une série statistique, puis, en utilisant le menu statistique de la calculatrice, donner la moyenne m et l'écart type s de la série (aucun détail de calcul n'est demandé).
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
"Au moins 80 % des poids sont dans l'intervalle $[m - s; m + s]$".

Exercice 9 (4 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Soit (V_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{-2}{n+1}$.
   (a) Calculer V_0, V_1 et V_2.
   (b) Étudier les variations de (V_n).
2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 3n + 1$.
   (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Étudier les variations de (u_n).

Exercice 10 (4 points)

On considère la suite (A_n) définie par $A_0 = 1$ et pour tout entier $n \geqslant 0$, $A_{n+1} = \dfrac{3}{2}A_n + 1$.

1. Calculer A_1 et A_2 (rédiger les calculs).
2. Compléter l'algorithme suivant qui renvoie A_n pour un entier $n \geqslant 1$ donné en entrée, puis donner une valeur approchée de A_8 arrondie à 10^{-4} près.
```
Entrer N
A prend la valeur ...
Pour K allant de ... à N
...prend la valeur ...
Fin Pour
Afficher A
```
   On obtient $A_8 \approx \ldots$
3. On admet que la suite (A_n) diverge vers $+\infty$.
   (a) Écrire un algorithme qui renvoie le plus petit entier n_0 tel que $A_{n_0} \geqslant 10^5$.
   (b) Programmer l'algorithme à la calculatrice et indiquer la valeur de n_0.

Exercice 11 (3,5 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{1-2n}{n+5}$.

1. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
2. Justifier qu'elle est minorée par -2.
3. En déduire que (u_n) est bornée et donner un encadrement de u_n valable pour tout entier n.

Exercice 12 (1,5 point)

Pour tout $n \geqslant 1$, on pose $T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k + \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{1} + 2 + \frac{1}{2} + \cdots + n + \frac{1}{n}$.

1. Écrire un algorithme qui calcule et renvoie T_n pour n donné en entrée.
2. Le programmer et donner la valeur de T_{20} arrondie à 10^{-2}.

Exercice 13 (1 point)

Donner un exemple de suite croissante et minorée par 5 (la suite pourra être définie par son terme général ou par récurrence). Aucune justification n'est attendue.

Exercice 14 (bonus 1,5 point)

On considère la série statistique formée des valeurs entières suivantes :

$$6, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17$$

En remplaçant une valeur par une autre valeur entière, on souhaite rendre l'écart-type le plus petit possible. Quelle modification faut-il faire ?