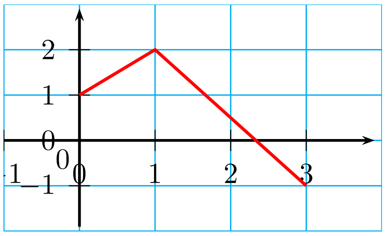
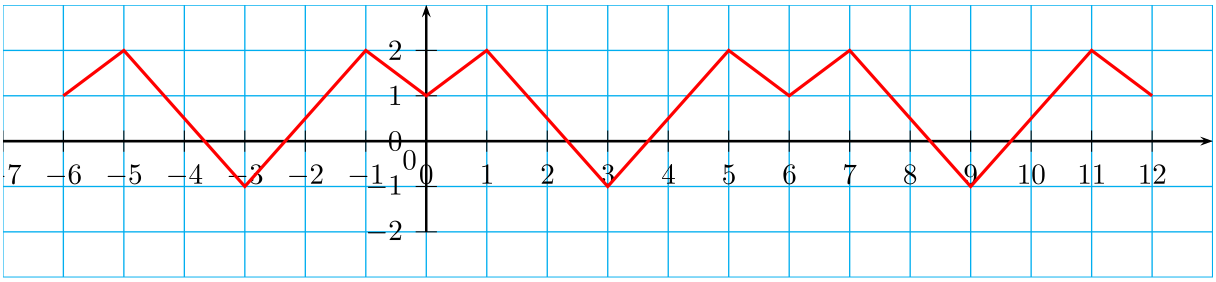
1G - groupes 8 et 9 - Spécialité mathématiques
Correction du travail à distance n°8

Exercice 1
On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f sur $[0;3]$.

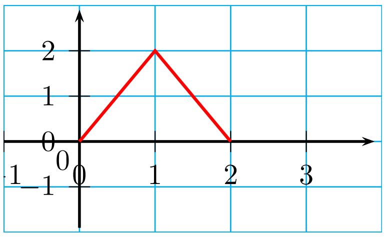


Sachant que f est définie sur $\mathbb{R}$, paire, et périodique de période 6, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-6;12]$.

On commence par exploiter le fait que f est paire, donc sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, et l'on complète le tracé sur $[-3;0]$ avec la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.
Une fois obtenu le tracé sur $[-3;3]$, intervalle de longueur 6, on peut exploiter le fait que f est périodique de période 6, donc la courbe est invariante par la translation de vecteur $6\vec{i}$.

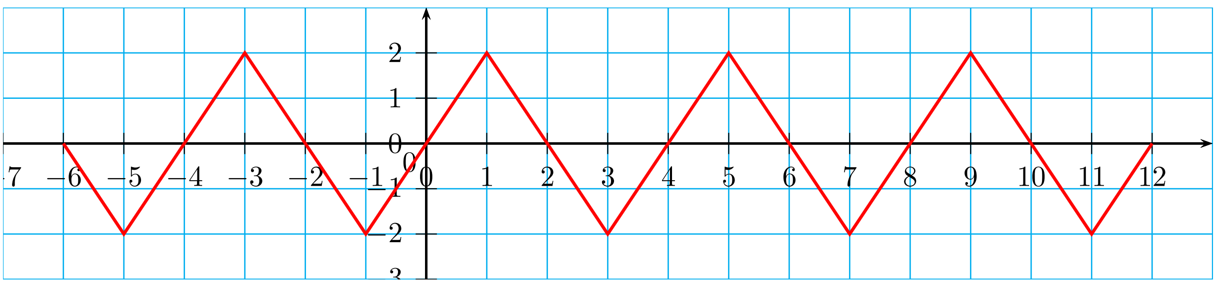


Exercice 2
On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f sur $[0;2]$.



Sachant que f est définie sur $\mathbb{R}$, impaire, et périodique de période 4, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-6;12]$.

On commence par utiliser le fait que f est impaire, donc sa représentation graphique est symétrique par rapport à O (symétrie centrale), et l'on complète le tracé sur $[-2;0]$ avec la symétrie centrale de centre O.
Une fois obtenu le tracé sur $[-2;2]$, intervalle de longueur 4, on peut exploiter le fait que f est périodique de période 4, donc la courbe est invariante par la translation de vecteur $4\vec{i}$.



Exercice 3

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{5x^2+1}$ est impaire.

   Pour tout x réel, $f(-x) = \dfrac{(-x)}{5(-x)^2+1} = -\dfrac{x}{5x^2+1} = -f(x)$.

   Donc f est impaire.

2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1-4x^2$ est paire.
   Pour tout x réel, $g(-x) = 1-4(-x)^2 = 1-4x^2 = g(x)$.
   Donc g est paire.

3. Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x^3$ n'est ni paire ni impaire.
   Indication : utiliser des contre-exemples pour la question 3.
   $h(1) = 1^2 + 1^3 = 2$.
   $h(-1) = (-1)^2 + (-1)^3 = 1 - 1 = 0$.
   Comme $h(-1) \neq h(1)$, h n'est pas paire.
   Comme $h(-1) \neq -h(1)$, h n'est pas impaire.
   Donc h n'est ni paire ni impaire.