

Exercices de probabilités

Exercice 1

L'association sportive d'un lycée compte 250 adhérents, tous demi-pensionnaires ou externes. Ces adhérents doivent choisir un sport et un seul : basket-ball ou volley-ball.

Il y a 140 demi-pensionnaires, et parmi eux, 40 ont choisi volley-ball.

160 adhérents ont choisi le basket-ball.

1. Compléter le tableau des effectifs suivant (aucune justification n'est attendue).

	Basket-ball	Volley-ball	Total
Demi-pensionnaires			
Externes			
Total			

2. On rencontre un adhérent de l'association au hasard. Tous les adhérents ont la même probabilité d'être rencontrés.

On considère les événements suivants :

E : « L'adhérent est externe » ;

B : « L'adhérent a choisi le basket-ball ».

- (a) Calculer $P(E)$. Justifier.
- (b) Calculer $P(\overline{E})$.
- (c) Calculer $P(B)$.
- (d) Traduire par une phrase l'événement $B \cap E$ et calculer sa probabilité.
- (e) Traduire par une phrase l'événement $B \cup E$ et calculer sa probabilité.
- (f) Traduire en utilisant les notations de l'exercice l'événement « l'adhérent est demi-pensionnaire et a choisi le volley-ball ».
Calculer la probabilité de cet événement.

Exercice 2

Une urne contient 3 boules rouges (R), 2 boules blanches (B), et 1 boule jaune (J). On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules rouges.
3. Calculer la probabilité d'obtenir une boule jaune.

Exercice 3

On étudie un nouveau logiciel qui est censé filtrer les messages indésirables (ou spams) sur une messagerie électronique.

Les concepteurs l'ont testé pour 1 000 messages reçus et ont observé que :

- 70% des messages reçus sont des spams
- 95% des spams sont éliminés
- 2% des messages bienvenus sont éliminés

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant (aucune justification n'est attendue) :

	Spams	Messages bienvenus	Total
Messages éliminés	665		
Messages conservés			
Total			1 000

2. On choisit un message au hasard. Tous les messages ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

- S : « le message est un spam »
- E : « le message est éliminé »

On notera respectivement \bar{S} et \bar{E} leurs contraires.

- (a) Calculer $P(S)$ et $P(E)$.
- (b) Calculer $P(\bar{S})$.
- (c) Traduire par une phrase l'événement $S \cap E$ puis calculer sa probabilité $P(S \cap E)$.
- (d) Traduire par une phrase l'événement $S \cup E$ puis calculer sa probabilité $P(S \cup E)$.
- (e) Le logiciel se trompe s'il conserve un spam ou s'il élimine un message bienvenu. Quelle est la probabilité de l'événement A : « le logiciel se trompe » ?

Exercice 4

Une compagnie aérienne a constaté qu'elle vend 30% de ses billets en classe affaire, et le reste en classe économique.

60% des passagers en classe affaire et 20% des passagers en classe économique commandent un repas à bord.

1. Un avion s'apprête à décoller avec 250 passagers à bord.
 - (a) Montrer que 45 passagers sont en classe affaire et prennent un repas.
 - (b) Compléter le tableau suivant des effectifs des passagers. On n'attend pas de justification.

	Commande un repas	Ne commande pas un repas	Total
Classe affaire	45		
Classe économique	35		
Total			250

2. Une hôtesse interroge un passager à la montée dans l'avion. On note A l'événement "le passager est en classe affaire", et R l'événement "le passager commande un repas".
 - (a) Calculer $P(R)$.
 - (b) Traduire l'événement $A \cap R$ par une phrase, puis calculer sa probabilité.
 - (c) Traduire l'événement $A \cup R$ par une phrase, puis calculer sa probabilité.

Exercice 5

Novak joue 3 matchs de tennis contre son ami Raphaël. Les parties sont indépendantes, et à chaque match, la probabilité que Novak gagne la partie est de 0,6.

1. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.
2. On note A : "Novak gagne les 3 fois". Déterminer $P(A)$.
3. On note B : "Novak gagne exactement deux matchs". Calculer $P(B)$.

Exercice 6

On joue à Pile ou Face avec une pièce équilibrée.

On lance la pièce quatre fois de suite.

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un Pile ?

Exercice 7

On lance deux dés cubiques équilibrés. Quelle est la probabilité pour que la somme des résultats fasse 6 ?